

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт педагогики, психологии и социологии
Кафедра психологии развития и консультирования

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

_____ Е.Ю.Федоренко

« _____ » _____ 2018г.

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

Механизм опосредствования понятия величины у младших школьников

37.04.01 Психология

37.04.01.02 Психология развития

Научный руководитель _____ доцент каф., канд. псих. наук О.С. Островерх
подпись, дата

Выпускник _____ Е.В. Федоткина
подпись, дата

Рецензент _____ зам.директора МАОУ
«КУГ №1 – Универс» Т.В. Аванова
подпись, дата

Красноярск 2018

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
1 Содержание учебной деятельности как условие формирования теоретического мышления в младшем школьном возрасте	8
1.1 Система теоретических понятий как содержание учебной деятельности младших школьников	8
1.1.1 Отличие теоретического понятия от эмпирического понятия.....	12
1.2 Условия и этапы формирования понятий.....	14
1.3 Теоретическое мышление как новообразование младшего школьного возраста.....	19
2 Стратегии формирования математического понятия величина.....	22
2.1 Предметное содержание понятия «величина».....	22
2.2 Понятие величина в программе РО.....	25
2.3 Знаковое опосредствование как механизм присвоения понятия «величина»	26
2.4 Чувство собственной активности как условие успешного формирования математического понятия «величина».....	29
3. Исследование особенностей формирования понятия «величина» у младших школьников	32
3.1 Программа исследования	32
3.2 Описание процедур.....	34
3.3 Критерии оценки выполнения заданий по процедурам.....	39
3.4 Система занятий, по формированию понятия «величина»	42
3.5 Анализ полученных данных	58
3.5.1 Анализ данных экспериментальной группы	58
3.5.2 Анализ данных контрольной группы	62
3.5.3 Сравнение экспериментальной и контрольной групп.....	65
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	774
ПРИЛОЖЕНИЕ А	82

ПРИЛОЖЕНИЕ Б.....	90
ПРИЛОЖЕНИЕ В	98
ПРИЛОЖЕНИЕ Г	100
ПРИЛОЖЕНИЕ Д	107
ПРИЛОЖЕНИЕ Е	113

ВВЕДЕНИЕ

Центральным новообразованием младшего школьного возраста является теоретическое мышление, которое формируется в учебной деятельности [14].

Развитие мышления ребенка оказывается возможным лишь тогда, когда содержанием учебного предмета является система научных понятий на основе содержательного обобщения. При таком способе построения учебного предмета ребенок движется в учебном материале от абстрактного к конкретному посредством специально организованной учебной деятельности.

На уроках математики исходным понятием является понятие «величина», содержательной основой которого становится освоение детьми системы предметных действий [5].

В.В. Давыдов называет понятие величины исходной абстракцией. В.Ф. Каган и А.Н. Колмогоров вводят величину как исходное математическое отношение, существующее до числа. По аксиоматике В.Ф. Кагана величина вводится как скалярная, т.е. как отношение, базирующееся на отношениях порядка (равно, больше, меньше). Любые объекты, которые можно упорядочить как равные, большие или меньшие, являются, по В.Ф. Кагану, величинами. В аксиоматике А.Н. Колмагорова величина определяется не как скалярная, а как скалярно-аддитивная, т.е. характеризуется не только отношениями порядка, но и операцией сложения, а также связью операции сложения и отношений порядка [19].

Согласно Б.Д. Эльконину психологическим содержанием понятия «величина» является представление сравнения через преобразование. Непосредственное сопоставление объектов представлено таким образом, чтобы один объект рассматривался через изменение другого. Сказать: « $A > B$ » можно лишь в том случае, когда A представлено как увеличенное B , т.е. высказывание « $A > B$ » уже предполагает, подразумевает, что « $A = B + C$ » [20].

Дополнительность преобразования и соотнесения выступит лишь в том случае, когда преобразование объектов (сложение) будет понято и представлено как изменение или сохранение отношений между ними (больше, меньше, равно), а не только как преобразование свойств вещей (удлинение, укорочение и т.д.); и, наоборот, отношение объектов (больше, меньше, равно) будет понято и представлено как момент их преобразования, перехода одного в другой, а не лишь как сопоставление свойств вещей (по определенным правилам). Для того чтобы это было возможно, отношение объектов (их различие) должно выступить как особый предмет, который изменяется при преобразовании этих объектов (например, та длина, на которую один отрезок отличается от другого). Этот предмет (предмет-соотношение, предмет-различие, предмет-посредник преобразуемых объектов) должен быть отделен от самих преобразуемых объектов и представлен как ориентир и мера их преобразования - увеличения и уменьшения.

Для того чтобы выяснить, каким образом в действиях детей представлено предметное содержание величины, Б.Д. Элькониным была создана методика, в заданиях которой надо было не только определить разницу, но и по изменению разницы представить преобразование величин и их сравнение. В таких заданиях предмет-разница выступает не как натуральный объект, обладающий собственными характеристиками, а как вещь, отображающая и фиксирующая связь других вещей, т.е. как знак.

Проблема: Результаты проведенных экспериментов показали, что знаковое отношение, задающее дополнительную сравнения и преобразования, не формируется у детей спонтанно. Оно должно быть объектом специального, целенаправленного формирования. Дополнительность соотнесения вещей и их преобразования является центральной характеристикой понятия величины, но именно она деформируется в действиях детей. За соотнесением они не видят преобразования, а за преобразованием – соотнесения [40].

Л.С. Выготский пишет, что изучение всех математических понятий в системе развивающего обучения должно быть построено на предметном действии. Всеобщим способом построения предметного действия является передача человеку средств построения действия (знака) - знаковое опосредствование [5]. Ребенку передаются познавательные орудия (меры, эталоны) и на этой основе строится предметно-действенная форма будущих научных понятий (П.Я.Гальперин, В.В.Давыдов).

В другом подходе к введению понятий, разрабатываемом Б.Д. Элькониним, представлен иной способ опосредствования – опосредствование понятия величины, которое вводится через прочувствование ребенком разницы собственного усилия по изменению величин. Знаковое отношение сначала вводится не на основе действия сравнения, а на основе прочувствования отношения между усилиями. Разница между усилиями должна быть переведена в разницу между предметами (переход от разницы усилий к разнице величин). «Чувство собственной активности ребенка, совершаемое в ритме его усилий (а не внешне-предметные манипуляции сами по себе) является истоком смысла ситуации совокупного действия, образа собственного действия и его предметности (системы значимых предметных отношений) [40].

Наше исследование представляет собой экспериментальную пробу по формированию способов освоения понятия «величина» в программе развивающего обучения по предмету «математика».

Цель нашей работы: опробование нового способа опосредствования математического понятия «величина» у младших школьников

Объект: способ опосредствования понятия «величина»

Предмет: содержание способа опосредствования понятия величина и формы представления ребенку действий с отношением между величинами (разницей).

Гипотеза: способом формирования понятия «величина» у младших школьников является переход от объективации чувства собственного усилия к действию с отношением (разницей).

Задачи:

1. Провести логико-психологический анализ понятия «величина».
2. Выделить и описать способ формирования понятия «величина».
3. Провести констатирующий эксперимент: пре-тест и пост-тест у учащихся в контрольных и экспериментальных 2х классах по определению уровня сформированности понятия «величина».
4. Провести формирующий эксперимент у учащихся 2х классов.
5. Разработать диагностическую процедуру по определению уровня сформированности действия управления преобразованиями отношений между величинами.

Метод исследования: констатирующий эксперимент (конструирование и проведение диагностической процедуры по определению уровня сформированности понятий «величина» у школьников, обучающихся по программе развивающего обучения), статистический анализ значимости различий, формирующий эксперимент.

База исследования: МАОУ КУГ «Универс»

Выборка: ученики вторых контрольных (25чел.) и экспериментальных (25чел.) классов.

1 Содержание учебной деятельности как условие формирования теоретического мышления в младшем школьном возрасте

1.1 Система теоретических понятий как содержание учебной деятельности младших школьников

Содержанием учебной деятельности в младшем школьном возрасте выступают теоретические знания, овладение которыми посредством этой деятельности развивает у учащихся основы теоретического сознания и мышления.

Предпосылки потребности в учебной деятельности возникают у ребенка дошкольного возраста в процессе развития его сюжетной игры, в которой интенсивно формируется воображение и символическая функция. Сюжетно-ролевая игра способствует возникновению у малыша познавательных интересов, однако сама по себе она полностью удовлетворить их не имеет возможность. Вследствие этого дошкольники стремятся удовлетворить свои познавательные интересы методом общения со взрослыми, наблюдений за окружающим их миром, извлекая всевозможные сведения из доступных им книжек, журналов, кино.

Постепенно взрослые дошкольники начинают нуждаться в более обширных источниках знания, чем им может дать повседневная жизнь и игра. В условиях всеобщего школьного обучения «дошкольника перестает удовлетворять привычный образ жизни и он желает занять позицию школьника («хочу в школу ходить», «хочу в школе учиться» и т. п.)».

Л. С. Выготский писал: «Развитие психологической основы обучения не предшествует началу обучения, а совершается в неразрывной внутренней связи с ним, в ходе его поступательного движения» [23].

Таким образом, теоретические знания как содержание учебной деятельности являются вместе с ее потребностью. А.Н. Леонтьев писал, что

деятельность человека соотносится с определенной потребностью, а действия — с мотивами. В процессе формирования у младших школьников потребности в учебной деятельности происходит ее конкретизация в многообразии мотивов, требующих от детей выполнения учебных действий.

Задача — это единство цели действия и условий ее достижения.

Рассмотрим содержание таких понятий, как «учебная задача» и «учебная проблема». Учебная задача – это определенное учебное задание, которое содержит четкую цель. Сообразно А. Н. Леонтьеву задача – это цель, заданная в определенных условиях. По Д. Б. Эльконину, учебная задача выделяется от всех иных тем, что её цель и результат заключаются не в изменении предметов, над которыми производится действие, а в изменении субъекта, производящего действие.

Проблемное обучение, как и учебная деятельность, внутренне связано с теоретическим уровнем усвоения знаний и с теоретическим мышлением [12].

Учебная задача по В.В. Давыдову решается путем выполнения следующих действий:

- преобразование условий задачи с целью обнаружения всеобщего отношения изучаемого объекта;
- моделирование выделенного отношения в предметной, графической или буквенной форме;
- преобразование модели отношения для изучения его свойств в «чистом виде»;
- построение системы частных задач, решаемых общим способом; контроль за выполнением предыдущих действий;
- оценка усвоения общего способа как результата решения данной учебной задачи.

Каждое из перечисленных действий состоит из соответствующих операций, наборы которых меняются в зависимости от конкретных условий решения той или иной учебной задачи (как известно, действие соотносится с целью задачи, а его операции — с ее условиями) [12].

Рассмотрим основные особенности учебных действий. Исходным и главным действием является преобразование условий учебной задачи с целью обнаружения некоторого всеобщего отношения того объекта, который должен быть отражен в соответствующем теоретическом понятии. И речь здесь идет о целенаправленном преобразовании условий задачи, направленном на поиск, обнаружение и выделение вполне определенного отношения некоторого целостного объекта. Своеобразие этого отношения состоит в том, что, с одной стороны, оно является реальным моментом преобразуемых условий, с другой — выступает как генетическая основа и источник всех частных особенностей целостного объекта, т. е. его всеобщим отношением. Поиск такого отношения составляет содержание мыслительного анализа, которое в своей учебной функции выступает первоначальным моментом процесса формирования требуемого понятия.

Это мыслительное действие первоначально осуществляется в предметно-чувственной форме.

Следующее учебное действие состоит в моделировании выделенного всеобщего отношения в предметной, графической или буквенной форме. Учебные модели составляют внутренне необходимое звено процесса усвоения теоретических знаний и обобщенных способов действия. При этом не всякое изображение можно назвать учебной моделью, а лишь такое, которое фиксирует именно всеобщее отношение некоторого целостного объекта и обеспечивает его дальнейший анализ.

Можно сделать вывод, что учебная модели выступая как продукт мыслительного анализа, затем сама может являться особым средством мыслительной деятельности человека.

Еще одно учебное действие состоит в преобразовании модели с целью изучения свойства выделенного всеобщего отношения объекта. Это отношение в реальных условиях задачи как бы «заслоняется» многими частными признаками, что в целом затрудняет его специальное рассмотрение. В модели это отношение выступает зримо и можно сказать «в

чистом виде». Поэтому, преобразовывая и переконструируя учебную модель, школьники получают возможность изучать свойства всеобщего отношения как такового, без «затемнения» привходящими обстоятельствами. Работа с учебной моделью выступает как процесс изучения свойств содержательной абстракции всеобщего отношения.

Ориентация школьников на всеобщее отношение изучаемого целостного объекта служит основой формирования у них некоторого общего способа решения учебной задачи и тем самым формирования понятия об исходной «клеточке» этого объекта. Однако адекватность «клеточки» своему объекту обнаруживается тогда, когда из нее выводятся многообразные частные его проявления. Применительно к учебной задаче это означает выведение на ее основе системы различных частных задач, при решении которых школьники конкретизируют ранее найденный общий способ, а тем самым конкретизируют и соответствующее ему понятие («клеточку»). Поэтому следующее учебное действие состоит в выведении и построении определенной системы частных задач.

Благодаря этому действию школьники конкретизируют исходную учебную задачу и тем самым превращают ее в многообразие частных задач, которые могут быть решены единым (общим) способом, усвоенным при осуществлении предыдущих учебных действий [12].

Рассмотренные учебные действия все вместе направлены на то, чтобы при их выполнении школьники раскрывали условия происхождения усваиваемого ими понятия (зачем и как выделяется его содержание, почему и в чем оно фиксируется, в каких частных ситуациях оно затем проявляется). Тем самым это понятие как бы строится самими школьниками.

Выполнение действий контроля и оценки предполагает обращение внимания школьников к содержанию собственных действий к рассмотрению их оснований с точки зрения соответствия требуемому задачей результату. Такое рассмотрение школьниками оснований собственных действий,

называемое рефлексией, служит существенным условием правильности их построения и изменения.

Таким образом, каждая учебная задача направлена на освоение теоретического понятия как способа действия.

Главная особенность теоретических понятий состоит в том, что эти понятия воспроизводят развитие, становление системы, целостности, конкретного и лишь внутри этого процесса раскрывают особенности и взаимосвязи единичных предметов [10].

Теоретические понятия являются результатом содержательного абстрагирования и обобщения – двух сторон восхождения мысли от абстрактного к конкретному. Благодаря содержательному абстрагированию человек вычленяет исходное отношение некоторой целостной системы и при мысленном восхождении к ней удерживает его специфику [14].

1.1.1 Отличие теоретического понятия от эмпирического понятия

По В.В. Давыдову понятие – это средство мысленного воспроизведения какого-либо предмета как целостной системы. Иметь понятие о таком предмете – значит владеть общим способом мысленного построения этого предмета. За каждым понятием скрыто особое действие, без выявления которого нельзя раскрыть механизмы возникновения и функционирования данного понятия [14].

Мышление, осуществляющееся с помощью абстракций и обобщений формально-логического характера, приводит к образованию лишь так называемых эмпирических понятий.

В.В. Давыдов выделяет несколько основных различий эмпирических и теоретических абстракций, обобщений и понятий (абстракцию, обобщения и понятия он заменяет термином знания) [14].

– Эмпирические знания вырабатываются при сравнении предметов и представлений о них, что позволяет выделить в них одинаковые, общие

свойства. Теоретические знания возникают путем анализа роли и функции некоторого особенного отношения внутри целостной системы, которое вместе с тем служит генетически исходной основой всех ее проявлений.

– Сравнение выделяет формально-общее свойство некоторой совокупности предметов, знание которого позволяет относить отдельные предметы к определенному их классу, независимо от того, связаны эти предметы реально между собой или нет. Анализ открывает генетически исходное отношение целостной системы как ее всеобщее основание или сущность.

– Эмпирические знания, в основе которых лежит наблюдение, отражают внешние свойства предметов и опираются на наглядные представления. Теоретические знания, возникающие на основе преобразования предметов, отражают их внутренние отношения и связи и тем самым выходят за пределы чувственных представлений.

– Формально общее свойство выделяется как рядоположенное с особенными и единичными свойствами предметов. В теоретических знаниях фиксируется связь реально существующего всеобщего отношения целостной системы с ее различными проявлениями, связь всеобщего с единичным.

– Конкретизация эмпирических знаний состоит в подборе иллюстраций, примеров, входящих в соответствующий класс предметов. Конкретизация же теоретических знаний – это выведение и объяснение особенных и единичных проявлений целостной системы из всеобщего основания.

– Необходимым средством фиксации эмпирических знаний являются слова-термины. Теоретические знания, прежде всего, выражаются в способах умственной деятельности, а затем уже в различных символических системах, в частности средствами естественного и искусственного языка.

Исследования В.В. Давыдова показали, что, эмпирическое обобщение не является предпосылкой теоретического обобщения, некоторый

«естественный» переход учащихся от эмпирического мышления к теоретическому в системе традиционного обучения неосуществим. Теоретическое мышление представляет собой качественно иной тип мышления, и поэтому на каком-то этапе традиционного обучения имеет место лишь возможность выхода ученика за рамки рассудочно-эмпирического мышления и дальнейшее развитие мышления в сфере его теоретического типа [14]. Справедливость этого положения демонстрируется и тем, что у большинства детей и взрослых, независимо от их возраста и уровня образования, сохраняется эмпирическое мышление, а также выявляется наличие развитого теоретического мышления у части детей и взрослых во всех рассматриваемых возрастных периодах.

Теоретический тип мышления в детском возрасте проявляется позже эмпирического, поскольку его формирование связано с необходимостью организации особого сотрудничества ребенка со взрослым.

Таким образом, при таком способе организации учебного предмета, где ребенок выполняет специальные действия для решения учебной задачи по В.В. Давыдову и движется при этом от абстрактного к конкретному, раскрывая условия происхождения усваиваемого теоретического понятия, мы можем говорить о развитии его мышления.

1.2 Условия и этапы формирования понятий

В психологии различные исследователи часто обращались к вопросу формирования математических понятий, в том числе и понятия величины у детей дошкольного и младшего школьного возраста. В теории Ж. Пиаже исходным пунктом развития служит предметное действие субъекта. Для Ж. Пиаже действие – это процесс преобразования исходного материала и достижение определенного результата. Ж. Пиаже: «Множество (или совокупность) постигается лишь тогда, когда его общее значение остается неизменным вне зависимости от изменений, внесенных в отношения между

элементами. Операции внутри одного и того же множества, которые называются «группой перестановок», доказывают как раз возможность совершения любой перестановки элементов при сохранении инвариантности общей «мощности» множества» [31]. Ж. Пиаже проводил исследование по изучению процесса сохранения величин у детей. В результате он выделил три стадии операции сохранения.

На первой стадии величина сводится к сравнениям «больше» или «меньше». Ж. Пиаже: «Но эти отношения остаются перцептивными и отнюдь не составляют еще «отношений» в собственном смысле слова, так как они не могут координироваться друг с другом соответственно аддитивным и мультипликативным операциям» [31]. Эта координация возникает на второй стадии и приводит к понятию интенсивной величины, т.е. «величины без единиц, но обладающей логической связностью». Именно это и характеризует переход к третьей стадии, на которой ребенок уже понимает пропорциональность различий, а, следовательно, и понятие общей величины экстенсивного порядка. Именно данное открытие делает возможным развитие понятия числа у ребенка [31].

Описывая свои эксперименты, Ж. Пиаже наглядно проиллюстрировал различие в точках зрения детей, находящихся на разных стадиях развития сохранения. Например, когда детям давали два одинаковых сосуда, содержащих одинаковое количество воды, а затем переливали из одного из сосудов воду в два других сосуда, поменьше, и спрашивали, осталось ли количество воды равным, дети, находившиеся на первой стадии, отвечали, что количество переливаемой жидкости увеличивается или уменьшается в зависимости от формы или числа сосудов. На этой стадии испытуемый еще не может допустить, что одно и то же количество жидкости может оставаться неизменным при изменении формы и числа сосудов, в которые эта жидкость переливается. Отсюда Ж. Пиаже сделал вывод, что «если испытуемые данного уровня не понимают сохранения величины, то это значит, что они не дошли еще до построения самой величины как целостного образования».

На второй стадии сохранения величины у детей появляются промежуточные ответы. Испытуемые давали два варианта ответов. В первом варианте дети утверждали, что количество переливаемой жидкости не изменилось только в том случае, если жидкость из одного большого сосуда переливалась в два сосуда поменьше. Но если количество маленьких сосудов увеличивалось, то они снова не могли поверить в сохранение. Во втором случае испытуемые подтверждали неизменность количества жидкости только при небольшой разности уровня, ширины или объема жидкости, но при больших различиях у них снова возникали сомнения.

На третьей же стадии дети в своих ответах сразу или почти сразу утверждают сохранение количества переливаемой жидкости, не зависимо от количества переливаний и их характера.

В теории Ж. Пиаже есть несколько существенных недостатков, на которые указывали такие авторы как П.Я. Гальперин и Л.Ф. Обухова. Например, Ж. Пиаже рассматривал соответствие действия формальным логическим структурам как единственную возможную его интерпретацию [31].

Л.Ф. Обухова: «Ребенок манипулирует объектами. В результате множества повторений одного и того же действия в разных условиях у него появляется схема этого действия. После происходит интериоризация всех сложившихся схем, которая начинается с простого повторения и заканчивается превращением обобщенных схем в операции. В ходе интериоризации реальное действие с объектом замещается представлением его с помощью символических средств, таких, как отсроченная имитация, рисунок, умственный образ и речь, у истоков которых также находится внешнее предметное действие» [25].

Но для того, чтобы операция полностью сформировалась, недостаточно просто перевода действия во внутренний план: «интериоризация представляет собой длительный и трудный путь преодоления эгоцентрических иллюзий, связанных с непосредственной точкой зрения на

вещи» [24]. Именно поэтому операции, возникшие в одной предметной области, не переносятся на другие параметры объекта.

В противовес теории Ж. Пиаже выступал со своей теорией П.Я. Гальперин. П.Я. Гальперин рассматривал действие как объективный процесс, содержание и форма которого заданы наперед: «Объективно существует образец действия и образец продукта, которым оно должно соответствовать. Кроме того, объективно существует план достижения этого продукта, которому действие должно следовать, для того чтобы быть успешным. Таким образом, исполнение действия субъектом невозможно без ориентировки в объективно заданных условиях его осуществления» [25].

П.Я. Гальперин, в отличие от Ж. Пиаже, гораздо большее внимание уделял именно психическим показателям действия. Он рассматривал действие как направленное, основанное на ориентировке преобразования объекта из исходного состояния в заранее намеченное [7]. Для анализа такого действия он создал метод поэтапного формирования умственных действий: «главное условие успешного применения нового метода – изменение позиции самого исследователя. От констатации разнообразных явлений психической жизни он должен перейти к выявлению и созданию условий, обеспечивающих формирование психического процесса с заданными свойствами».

Действие, формируемое у обучаемого, осваиваемое им, приобретает умственную форму не сразу, а постепенно, проходя некоторые стадии, или этапы, каждый из которых качественно отличается от предыдущих. Освоение деятельности и, следовательно, усвоение обеспечивающих ее знаний может быть успешным только при условии, что обучаемый последовательно пройдет все этапы [6]. Всего П.Я. Гальперин выделил пять этапов.

Первый этап называют вводно-мотивационным. На этом этапе действие еще не выполняется, оно только подготавливается. Обучаемый знакомится с действием и условиями его выполнения. Он осмысливает цель действия, его объект, систему ориентиров и знания, на которые необходимо

опираться, выполняя действие. На этом этапе составляется схема ориентировочной основы действия.

На втором этапе – этапе формирования действий в материальной форме – действие выполняется в материальной форме с развертыванием всех входящих в него операций. На этом этапе не должно быть большого числа однотипных задач, в противном случае результатом их решения будет «досрочное» сокращение и автоматизация действия. Это затруднит освоение действия в речевой форме.

Следующий этап – этап речевого действия – направлен на формирование действия как речевого. На этом этапе все элементы действия представлены в форме социализированной речи, действие проходит дальнейшее обобщение, но остается еще не автоматизированным и не сокращенным.

Четвертый этап – это этап выполнения речевого действия про себя. Обучаемый, как и на предыдущем этапе, проговаривает весь процесс решения задачи, но делает это про себя, без внешнего проявления. По сути, это та же самая речь, что и раньше, но она уже не социализирована, она осуществляется во внутреннем плане, не доступном внешнему наблюдателю. Сокращение и автоматизация действия свидетельствуют о том, что его формирование переходит на пятый, заключительный этап – этап умственного действия. Действие превращается в навык.

Согласно теории П.Я. Гальперина формирование понятий происходит при помощи действия по распознаванию объектов. Это действие должно опираться на признаки формируемого понятия. Кроме того, подлинное содержание понятия составляют функции соответствующих объектов в конкретной предметной ситуации и признаки понятия принадлежат именно ей. По мнению П.Я. Гальперина, только функция, выполняемая предметами, является «подлинным ядром понятия» и именно ей принадлежат его отличительные признаки [7].

Итак, рассуждая о формировании понятия «величина» Ж. Пиаже исходил из понимания сохранения величины. Рассматривал разные стадии построения самой величины как целостного образования.

П.Я. Гальперина в своей теории описывает, что формирование понятий происходит при помощи действия по распознаванию объектов. И это действие должно опираться на признаки формируемого понятия. Формирование понятий он рассматривает через смену этапов: начиная с новых форм предметного действия, формируются идеальные действия, превращая их в новые психические процессы.

Именно такой способ формирования понятий согласно П.Я Гальперину приводит к формированию теоретического мышления.

1.3 Теоретическое мышление как новообразование младшего школьного возраста

Центральным новообразованием младшего школьного возраста является теоретическое мышление, ведущее за собой перестройку всех психических процессов. Д.Б. Эльконин писал, что в процессе становления теоретического мышления «память становится мыслящей, а восприятие – думающим» [26]. В противоположность теоретическому мышлению многие авторы ставят эмпирическое. В этой части работы мы рассмотрим отличия этих типов мышления, а так же опишем основные характеристики теоретического мышления.

Еще в античной философии наметилось различие двух типов мышления. С одной стороны, выделялась мыслительная деятельность, направленная на расчленение, регистрацию и описание результатов чувственного опыта, с другой – на раскрытие сущности объектов и внутренних законов их развития [12]. Четко это различие было проведено представителем немецкой классической философии Гегелем, который называл эти типы мышления рассудком и разумом соответственно.

Гегель писал: «Деятельность рассудка состоит в том, что она сообщает своему содержанию форму всеобщности, и всеобщее, как его понимает рассудок, есть некоторое абстрактное всеобщее, которое, как таковое, фиксируется в противоположность особенному... так как рассудок действует по отношению к своим предметам разделяющим и абстрагирующим образом, то он, следовательно, представляет собою противоположность непосредственному созерцанию и чувству, которое, как таковые, всецело имеют дело с конкретным и остаются при нем» [7].

Теоретическое мышление реализует познавательные возможности, которые открывает перед человеком предметно-чувственная практика, воссоздающая в своей экспериментальной сути всеобщие связи действительности. Теоретическое мышление подхватывает и идеализирует экспериментальную сторону деятельности, вначале придавая ей форму предметно-чувственного познавательного эксперимента, а затем и эксперимента мысленного, осуществляемого в форме собственно понятия и через него [9].

Понятие выступает тут как форма мыслительной деятельности, посредством которой воспроизводятся идеализированный предмет и система его связей, отражающих в своем единстве всеобщность, сущность движения материального объекта. Иметь понятие о данном объекте значит мысленно воспроизводить его. Действие по построению и преобразованию мысленного предмета является актом его понимания и объяснения, раскрытия его сущности.

Теоретические понятия являются результатом содержательного абстрагирования и обобщения – двух сторон восхождения мысли от абстрактного к конкретному. Благодаря содержательному абстрагированию человек вычленяет исходное отношение некоторой целостной системы и при мысленном восхождении к ней удерживает его специфику. Исходное отношение первоначально выступает лишь как особенное отношение. Но в процессе обобщения человек при установлении его закономерных связей с

единичными явлениями может обнаружить его всеобщий характер как основу внутреннего единства целостной системы. Содержательное обобщение совершается путем анализа некоторого целого с целью открытия его генетически исходного отношения, как основы внутреннего единства целого.

Теоретическому мышлению присущи характерные черты, которые обнаруживаются на материале, относящемся к различным формам общественного сознания. Так, теоретическому мышлению свойственен анализ, как способ выделения генетически исходной основы некоторого целого. Далее, для него характерна рефлексия, благодаря которой человек рассматривает основания своих собственных мыслительных действий, раскрывая при этом их внутренние взаимоотношения. Наконец, теоретическое мышление осуществляется в основном плане мысленного эксперимента, для которого характерно выполнение человеком такого мысленного действия, как планирование.

Итак, теоретическое мышление мы рассматриваем как противоположность эмпирическому. Если обучение ребенка будет направлено на усвоение системы научных понятий, тогда у него формируется теоретическое отношение к действительности и на его основе теоретическое мышление. Занимаясь теоретическим мышлением мы формируем соновые новообразования младшего школьного возраста: анализ, рефлексия и планирование.

2 Стратегии формирования математического понятия «величина»

2.1 Предметное содержание понятия «величина»

Величина - одно из основополагающих понятий математики. Величина является непосредственным обобщением таких конкретных понятий как длина, площадь, объем, масса и др. Каждый конкретный род величины связан с определенным способом сравнения физических тел или других объектов. Например, в геометрии отрезки сравнивают при помощи наложения, это сравнение приводит к понятию длины: два отрезка имеют одну и ту же длину, если при наложении они совпадают; если один отрезок накладывается на часть другого, не покрывая его целиком, то длина первого меньше длины второго. В качестве примеров более сложных приемов сравнения выступают сравнения фигур по площади или тел по объему.

В.Ф. Каган рассматривал величину как отношения порядка (равно, больше, меньше) и определял их применимость через наличие общего признака для сравниваемых объектов (рода величины). В пределах системы однородных величин (т. е. в пределах системы длин, площадей или объемов) устанавливается отношение неравенства: две величины a и b одного и того же рода могут совпадать ($a = b$), или первая может быть меньше второй ($a < b$), или вторая может быть меньше первой ($b < a$) [19].

А.Н. Колмогоров считал, что помимо сравнения, для каждого рода величин имеет смысл операции сложения (увеличения). В результате такого рассмотрения А.Н. Колмогоровым величина предстает как скалярно-аддитивная, поскольку в ее аксиоматику входят и отношения порядка, и операция сложения [20].

Задачей преобразований, соответствующих величине, как отношению порядка, являются соотнесение, сопоставление объектов — построение их тождества и различия. Задачей преобразований, соответствующих аддитивной стороне величины, является изменение объектов — их

увеличение и уменьшение. Требование связи характера порядка и аддитивности предполагает, что соотнесение и преобразование, которые, как правило, мыслятся отдельно друг от друга, представлены как дополнительные [21]. Требования к непосредственному сопоставлению объектов (совпадение их контуров) рассчитаны на то, чтобы один объект представить через изменение (или неизменность) другого. Сказать: « $A > B$ » можно лишь в том случае, когда A представлено как увеличенное B , т.е. высказывание « $A > B$ » уже подразумевает, что « $A = B + C$ » [40].

Дополнительный характер преобразования и соотнесения выступает в том случае, когда преобразование объектов (сложение) будет понято и представлено как изменение или сохранение отношений между ними (больше, меньше, равно), а не только как преобразование свойств вещей - удлинение, укорочение и т.д. И наоборот, отношение объектов (больше, меньше, равно) будет представлено как момент их преобразования, перехода одного в другой, а не как сопоставление свойств вещей. Для того чтобы это было возможно, отношение объектов (их различие) должно выступить как особый предмет, который изменяется при преобразовании этих объектов (например, та длина, на которую один отрезок отличается от другого). Этот предмет (предмет-соотношение, предмет-различие, предмет-посредник преобразуемых объектов) должен быть отделен от самих преобразуемых объектов и представлен как ориентир и мера их преобразования — увеличения и уменьшения. Например, построение из отрезка одной длины отрезка другой длины должно быть представлено как увеличение или уменьшение различия между отрезками, т.е. буквально как изменение их соотношения.

С помощью предмета-различия, представленного отдельно от различающихся или изменяющихся объектов, выносится во вне и их отношение, и преобразование одного в другой. Это особый предмет — предмет-посредник между преобразованием и соотнесением вещей. С его помощью переход вещей осмысливается, понимается как построение или

изменение их соотношения, а соотношение осмысливается как момент их взаимоперехода (преобразования). Остается добавить, что предмет-посредник является своего рода знаком, посредством которого нечто представляется через иное [40].

Приведенное понимание величины требует отказа от представления о ней как о свойстве, принадлежащей вещи. Знаковость оказывается центральной характеристикой предметной формы понятия величины и поэтому должна стать центральной характеристикой того предметного действия, с помощью которого открывается и осваивается это понятие.

Основываясь на положениях А.Н.Колмогорова о скалярно-аддитивной величине В.В. Давыдов вложил в понятие величины психологическое содержание. Он считает, что за математическими характеристиками величины скрыты особые предметные действия, такие как уравнивание, комплектование, сравнение, выполняя которые ребенок открывает существенные свойства объектов и отношения между ними.

Экспериментальная программа по математике, разработанная В.В. Давыдовым и его сотрудниками, начинается с большого вводного раздела, при изучении которого учащиеся получают представление об основных свойствах величин и операций над ними.

Содержание учебного предмета «математика» построено в соответствии с принципом восхождения от абстрактного к конкретному. Логико-психологический анализ понятия «действительное число» показал, что понятие величины является более широким, чем число. А.Н. Колмогоров писал: «Так как система действительных положительных чисел удовлетворяет свойствам величин, а система всех действительных чисел обладает всеми свойствами скалярных величин, то вполне законно сами действительные числа называть величинами» [20].

Отношения величин и их свойства становятся предметом изучения ребенка еще до введения числа и являются предпосылками его развернутого изучения.

Такие предметные действия нашли свое отражение в задачах экспериментальной программы по математике, разработанной под руководством В.В. Давыдова. При помощи задач на уравнивание и комплектования в рамках программы развивающего обучения вводится понятие величины [27]. При решении задачи на уравнивание предметов по разным признакам - длина, площадь, объем, учащиеся осваивают специфические для каждого признака действия.

2.2 Понятие «величина» в программе РО

В.В. Давыдов вместе с группой методистов и психологов разработали курс по учебному предмету «математика», с учетом всех психологических характеристик понятий «величина» и «число», описанных выше.

Данный курс начинается с вводного раздела, при изучении которого учащиеся получают представление об основных свойствах величин и операций над ними. Его наличие обусловлено двумя причинами. Первая причина заключается в дедуктивном построении предмета «математика». В.В. Давыдов писал: «Числа, натуральные и действительные являются частным видом этого более общего математического объекта» [9], указывая тем самым на то, что понятие «величина» является генетически более ранним, чем понятие «число». Именно поэтому отношения величин и их свойств становятся предметом изучения до введения числа и являются посылками для его развернутого изучения [29].

Вторая причина заключается в задаче, которая стоит перед учебным курсом, а именно, в формировании у учеников полноценной концепции действительного числа [12].

Основываясь на психологическом смысле понятия «величина» В.В. Давыдов считает, что за математическими характеристиками величины скрыты особые предметные действия - уравнивание, комплектование,

сравнение, выполняя которые ребенок открывает существенные свойства объектов и отношения между ними.

При помощи задач на уравнивание и комплектование в экспериментальной программе по математике вводится величина [27].

При решении задач на уравнивание предметов по разным признакам (длина, площадь, масса, объем) ученики осваивают специфические для каждого признака действия. Так, если происходит поиск одинаковых предметов, например, по длине, то учащиеся осваивают умение сравнивать предметы, прикладывая их друг к другу.

Освоение числа начинается только после того, как ученики освоили разные стороны сравнения величин, основные свойства (такие как обратимость и транзитивность), а так же операции сложения-вычитания [11].

При этом создается проблемная ситуация, в которой ранее освоенные способы сравнения величин оказываются неэффективными. В результате вводится новый способ – сравнение при помощи мерки, выступающей посредником между сравниваемыми величинами, которой является число.

В результате измерений у учеников формируется представление об упорядоченном ряде чисел, а отношения величин наполняют количественный аспект числа [10].

2.3 Знаковое опосредствование как механизм присвоения понятия «величина»

В практике обучения математике «доучебная» позиция малыша оборачивается рядом специфических трудностей. В начальный этап обучения, когда детеныш приступает к освоению научных понятий особенно ярко проявляется специфика детской логики. Как писал Ж.Пиаже, свойственной особенностью детского мышления выступает эгоцентризм, сущность его состоит в недифференцированности собственного «я» от окружающей действительности, что при оперировании с количеством

проявляется в ориентации ребенка на несущественный признак вещи - ее форму.

Для того, чтобы выделить предметность математических отношений нужно построить такие предметные действия, в которых преодолеваются «натуральные» способы оперирования с количеством. В контексте культурно-исторической теории, теории учебной деятельности решение этой задачи является чрезвычайно актуальным [29].

Имеется несколько стратегий исследования механизмов освоения научных понятий. Наиболее известная - стратегия формирования психических процессов, где основное внимание уделено проблеме опосредствования психических процессов с помощью знака, который рассматривается как орудие действия. В соответствии с этой стратегией под руководством В.В.Давыдова были разработаны программы развивающего обучения по математике. Понятие величины является основополагающим при построении учебного предмета «математика». Представления о величине формируются на основе предметных действий по выделению признаков объектов (уравнивание, комплектование) и действий по поиску отношений между ними (сравнение). Овладевая средствами выделения параметров вещей (мерой) ребенок осваивает общественно-выработанные способы познания вещей (Гальперин П.Я., Обухова Л.Ф.) [25].

В практике преподавания математики по программе РО во время формирования у младших школьников системы действий по выделению признаков объекта, были обнаружены трудности у учащихся, связанные с неразличением параметров вещи - ее величины и формы. По результатам исследования, проведенного Л.Ф.Обуховой (1972), отождествление величины и формы удастся преодолеть, если дети овладевают меркой и с помощью нее переходят к опосредованному сравнению [29].

Однако положения Ж.Пиаже о генезисе числа позволяют по-другому посмотреть на проблему введения ребенка в действительность математических отношений. Ж.Пиаже говорит о том, что становление

математических понятий “величина” и “число” внутренне связано с принципом сохранения. Инвариантность величины не дана ребенку изначально, а формируется во время опыта по преобразованию вещей. В теории Ж.Пиаже рассматриваются характеристики действия, в котором противопоставлены величина и форма вещи. Преобразование объекта при сохранении его величины - тождественная трансформация - основан на соотнесении двух действий: сохранения величины и изменения формы вещи. Понимание сохранения величины на фоне преобразований объекта становится возможным, как считает Пиаже, на основе мыслительных трансформаций и координации действий [31].

Понимание знакового опосредствования, согласно Л.С. Выготского связано с преодолением натуральных форм поведения через построение рефлексивного отношения к собственному действию, через вынесение действия во вне и построение его в иной знаково-схематической форме. В отечественной психологии выделяются две стратегии исследования форм опосредствования.

В орудийной стратегии знак рассматривается как орудие действия. Посредством знака выстраивается ситуация усвоения ребенком общественно-выработанных познавательных орудий (мер, эталонов) и на этой основе формируется предметно-действенная основа будущих научных понятий [29].

В другом подходе, разработанном под руководством Д.Б.Эльконина, показан другой способ опосредствования - условно-динамическая позиция. Овладевая позиционным способом действия, ребенок действует не столько с самим объектом, а начинает произвольно соотносить свое фактическое и иное действие. Существенным моментом такого способа формирования является противопоставление реально видимого и условно предположенного, ребенок начинает «видеть» свое собственное действие. Здесь возникает преодоление ребенком стереотипов своего поведения - то, что Л.С.Выготский назвал «переживанием усилия» [29].

В данной позиции представлено иное содержание знакового опосредствования. Главное здесь не постепенная передача ребенку знака с его готовым фиксированным значением, а совместные действия ребенка и взрослого по построению знака. Важен не столько эффект знакового опосредствования, сколько условия придания знаку значения средства и то, каким образом это значение принимается ребенком. В исследованиях Б.Д.Эльконина и Е.А.Бугрименко показано, что позиционное отношение и действие задаётся в формах образно-символического, а не орудийного (знаково-схематичного) опосредствования [29].

Таким образом, мы рассмотрели два вида опосредствования: образно-символическое и знаково-схематическое. Преимущество знаково-символического опосредствования состоит в том, что ребенку не на прямую передается знак, а ребенок совместно со взрослым ищет способы построения знака и придания ему значения.

2.4 Чувство собственной активности как условие успешного формирования математического понятия «величина»

«Чувство собственной активности порождения», по мнению Б.Д.Эльконина, является исходной формой посреднического действия при построении опор и произвольности предметного действия ребенка [40].

Идею о чувстве собственной активности порождения или ЧСА Б.Д.Эльконин подчеркнул из работ философа, культуролога, теоретика европейской культуры и искусства М.М. Бахтина. В своих работах М.М. Бахтин задавался вопросами о том, каким образом форма, как выражение словом субъективного активного отношения к содержанию, может завершать содержание, а так же, что делает активность активностью оформления познавательного содержания [1].

По мнению М.М. Бахтина, главная функция формы по отношению к содержанию - это изоляция или отрешение. Изоляция или отрешение

относится не к материалу, а к его содержанию, которое освобождается от связей с событием жизни. Содержание понятия — это как бы отрезок события жизни, изолированный и освобожденный формой от ответственности перед будущим событием [40].

В искусстве так называемый вымысел есть лишь положительное выражение изоляции: изолированный предмет - есть вымышленный, то есть не действительный в природе и не бывший в событии жизни. В отрицательном моменте вымысел и изоляция совпадают; в положительном моменте вымысла подчеркивается свойственная форме активность, авторство: в вымысле я острее чувствую себя как активно вымышляющего предмет, чувствую свою свободу, беспрепятственно оформляю и завершаю событие. Так освобождается активность чувства предмета и чувства содержания. Изоляция же в свою очередь является как бы актом вступления во владение автора [1].

Автор как бы входит в изолированное событие и становится в нем творцом, не становясь участником. Изоляция, таким образом, делает понятие формально творческим.

В понятии, как в материале, М.М. Бахтин выделяет следующие моменты:

- звуковая сторона понятия;
- вещественное значение понятия;
- взаимоотношения с другими понятиями;
- эмоционально-волевое значение понятия, ценностная направленность понятия;
- чувство активности, чувство активного порождения звука (сюда включаются все двигательные моменты - артикуляция, жест, мимика и др., - и смысловая направленность).

Речь идет о чувстве порождения значащего слова. Это не чувство органического движения, порождающего физический факт слова, но чувство порождения смысла и оценки, то есть чувство движения и занимания

позиции человеком, движения, в которое вовлечен и организм, и смысловая в их конкретном единстве [1].

Управляющим моментом понятия является его вещественное, предметное значение, стремящееся найти необходимое место в предметном объективном единстве познания. Чувство активности порождения значащего высказывания здесь становится формирующим центром, носителем единства формы.

Единство всех осуществляющих форму композиционных моментов понятия полагается в чувстве деятельности. Деятельность не теряет себя в предмете. Объективное единство познания не знает конца - начинает и заканчивает ученый, но не наука. Конец, начало и значительное число композиционных моментов научной работы отражают деятельность его автора. Деятельность порождения выводится за пределы действующего организма и психики, обращается вне себя. Переноса рассуждения М.М. Бахтина на логику нашего исследования можно сделать некоторые выводы. Чувство собственной активности ребенка, совершаемое в ритме его усилий (а не предметные манипуляции сами по себе) является истоком смысла ситуации, образа собственного действия и его предметности (системы значимых предметных отношений). Образ чувства собственной активности есть образ динамики усилий, «точек» переходов усилий и, тем самым, прообраз будущих отношений между отдельными операциями предметного действия [40].

Итак, ведущую роль в младшем школьном возрасте играет учебная деятельность. В учебной деятельности происходит становление центрального новообразования младшего школьного возраста - теоретическое мышление.

Развитие мышления ребенка оказывается возможным лишь тогда, когда содержанием учебного предмета является система научных понятий на основе содержательного обобщения.

На уроках математики условием формирования понятий становится освоение детьми системы предметных действий как содержательной основы понятия «величина».

Основываясь на психологическом смысле понятия «величина» В.В. Давыдов считает, что за математическими характеристиками величины скрыты особые предметные действия - уравнивание, комплектование, сравнение, выполняя которые ребенок открывает существенные свойства объектов и отношения между ними.

Б.Д. Эльконин говорит, что нужно заниматься не манипулированием вещами, не измерять вещи, а дать возможность ребенку работать с отношением. Для того чтобы отношение взять его нужно сначала почувствовать.

«Чувство собственного усилия, совершаемое как чувство изменения усилий (переходов усилий) является опорой понимания величины как определенности отношения (на сколько больше, меньше), а также опорой преобразования отношения (разницы)» - Б.Д. Эльконин [40].

Именно такой механизм опосредствования понятия «величины» как чувство собственного усилия и действие с отношениям между величинами мы рассматриваем в нашей работе.

3. Исследование особенностей формирования понятия «величина» у младших школьников

3.1 Программа исследования

В нашем исследовании мы проверяем гипотезу, что способом формирования понятия «величина» у младших школьников является переход от объективации чувства собственного усилия к действию с отношением. Относительной этой гипотезы была разработана программа исследования.

Основным методом нашего исследования стал формирующий (психолого-педагогический) эксперимент: нами была разработана

экспериментальная процедура для формирования понятия «величина» у младших школьников, обучающихся по программе развивающего обучения, основой для которой служит чувство собственной активности ребенка.

Разработанная нами экспериментальная процедура состоит из трех этапов и включает в себя 10 занятий. Каждое занятие продолжительностью 45-60 минут.

Для участия в формирующем эксперименте при помощи процедуры пре-теста нами было отобрано две группы испытуемых – экспериментальная и контрольная. Общее число испытуемых – 50, ученики вторых контрольных (25чел) и экспериментальных (25 чел) классов Гимназии №1 «Универс» г. Красноярск, обучающиеся по программе развивающего обучения.

Дизайн нашего исследования предполагал, что занятия с использованием упражнений по формированию теоретического понятия «величина» будут проводиться только с экспериментальной группой. Контрольная же группа участвует в процедурах пре- и пост-тестов для оценки и сравнения полученных результатов.

Перед началом серии занятий нами была проведена процедура пре-теста «Резиночка» с экспериментальной и контрольной группами. Данная процедура позволила определить умение у детей выделять отношение, лежащее в основе понятия величина и фиксировать его. В течение 5-ти месяцев, с декабря 2017года по май 2018 года нами были проведены занятия с использованием упражнений по формированию понятия «величина» для экспериментальной группы. Занятия проходили один - два раза в неделю в течение 45-60 минут.

По окончании серии занятий мы провели процедуру пост-теста для того, чтобы определить эффективность проведенной серии занятий. В данной процедуре так же приняли участие обе группы – экспериментальная и контрольная. Пост-тест включал в себя диагностическую процедуру «Резиночка», проведенную на этапе пре-теста.

Отдельно мы разработали дополнительную процедуру «Эспандер», которая направлена на оценку уровня сформированности понятия «величина» в фокусе управления изменениями отношений между величинами. Данная процедура была проведена так же после формирующего эксперимента в двух группах.

3.2 Описание процедур

Процедура №1 «Резиночка»

Цель процедуры: оценка актуального уровня сформированности понятия «величина».

В процедуре «Резиночка» заложены два основных принципа. Первый принцип – соотношение действий сравнения и преобразования объектов. Второй принцип – выделение отношения между объектами как объекта работы.

В данной процедуре процесс преобразования величины в заданиях представлен в двух планах. Предметный план предполагает манипулирование эластичной резинкой и бумажными полосками, в графическом плане необходимо найти изображение этапа преобразования величины на рисунке. Задания так же предполагают соотнесение различных планов. В одном из заданий необходимо найти место бумажной полоски на рисунке, приложив полоску к рисунку или показав вручную.

Материалы, используемые для проведения процедуры: бумажные полоски различной длины, эластичная резинка, рисунок, изображающий растяжение резинки (см. Рисунок 1).



Рисунок 1 – Изображение растяжения эластичной резинки

Задание 1

Экспериментатор растягивает резинку, делая при этом 4 паузы, соответствующие этапам растяжения. Затем экспериментатор просит испытуемого подобрать полоски, которые показывали бы процесс растяжения резинки. В результате должна получиться возрастающая серия из четырех полосок, как на рисунке 2.

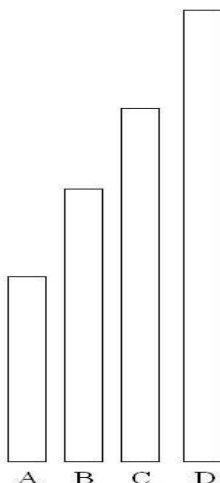


Рисунок 2 – Правильное решение задания 1

Инструкция: «Сейчас я покажу, как растягивалась резиночка, смотри: раз, два, три, четыре. У нас есть много разных полосок, вот они. Попробуй при помощи полосок показать, как растягивалась резиночка. Обозначь их буквами».

В данном задании испытуемый должен выполнить одно действие – построить возрастающую серию из четырех полосок. Для этого испытуемому необходимо сравнить длину эластичной резинки на каждом из этапов ее растяжения и подобрать соответствующую бумажную полоску. Так же выполнение данного действия возможно за счет действия преобразования: поскольку эластичная резинка постоянно росла, то полоски, соответствующие этапам растяжения, должны быть различной длины. Данные действия оцениваются в 1 балл.

Задание 2

Экспериментатор просит показать на рисунке (см. Рисунок 3) этапы растяжения резинки, т.е. найти место на рисунке для каждой из полосок. В результате испытуемый должен показать место полосок на рисунке, согласно рисунку 3.

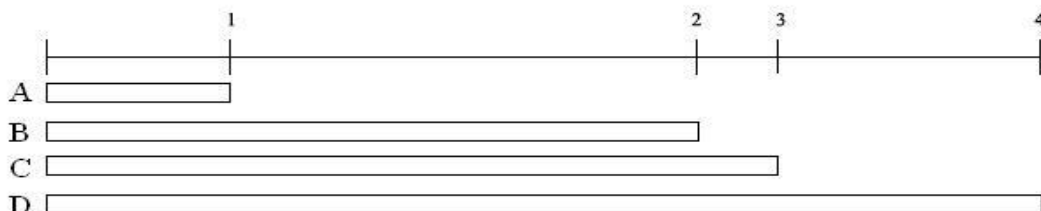


Рисунок 3 – Правильное решение задания 2

Инструкция: «В прошлом задании ты выбрал(а) полоски, которые показывают, как растягивалась резиночка. У меня есть рисунок, на котором изображено, как растягивалась резиночка. Теперь попробуй показать на рисунке, где место каждой из полосок».

Данное задание предполагает соотнесение двух планов – предметного и графического. Сравнивая два объекта, расположенных в разных планах, рисунок и бумажную полоску, ребенок выделяет их отношение и работает с ним (согласно второму принципу, заложенному в методике).

Задание считается выполненным, если испытуемый показывает каждую из четырех полосок на рисунке. Если испытуемый справляется с заданием самостоятельно, то получает оценку в 2 балла, если испытуемый справляется с заданием с помощью экспериментатора, то выполнение задания оценивается в 1 балл.

Задание 3

Экспериментатор указывает на рисунке на отрезок, обозначающий разницу (см. Рисунок 4), и просит найти соответствующую ему «разницу» на полосках (см. Рисунок 5).



Рисунок 4 – Правильное решение задания 3

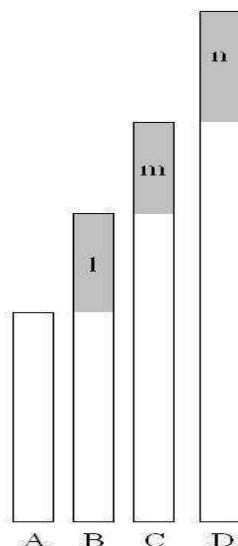


Рисунок 5 - Правильное решение задания 3

Инструкция: «Посмотри на этот отрезок. Что он может означать? Покажи этот отрезок при помощи полосок».

В данном задании так же реализуется второй принцип. Здесь разница обособляется, как особый объект, который за счет собственного изменения может преобразовать другие объекты.

Задание считается выполненным, если испытуемый находит 3 «разницы». Если испытуемый самостоятельно находит 3 «разницы», то получает за выполнение задания 1 балл, если испытуемый пользуется помощью экспериментатора, выполнение задания оценивается в 0,5 баллов.

Процедура №2 «Эспандер»

Т.к. в понятие величины помимо умения выделять отношение и фиксировать его, входит и управление изменениями отношений, то мы разработали еще одну диагностическую процедуру, которая позволит

определить на каком уровне у человека сформировано управление изменениями между величинами.

В процедуре «Эспандер» заложен принцип отношений двух действий. Первое действие – это удерживание процесса изменений, второй действие – управление этими изменениями.

Материалы, используемые для проведения процедуры: веревочный эспандер и рисунок, изображающие отношения двух «волн» (см. Рисунок 6).

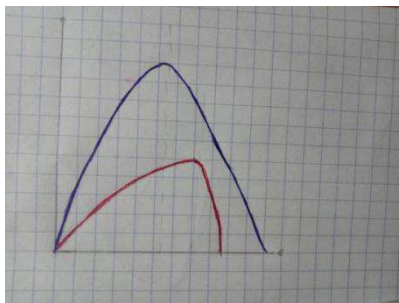


Рисунок 6 – Изображение отношений волн

Задание 1

Перед началом диагностики дается задание, позволяющее ребенку опробовать эспандер в действии.

Экспериментатор рассказывает «историю» о том, как осёл и лошадь тянули свои телеги в гору, одновременно показывая изменение разницы между их усилиями на небольшой резинке.

Экспериментатор: «Сначала лошадь прилагала большее усилие, чем осел (растягивает резинку), а потом устала и стала тянуть телегу слабее (ослабляет резинку), осел тянул с тем же усилием и догонял лошадь, а потом лошадь опять стала тянуть сильнее. Используя эспандер, покажи, как менялось усилие лошади и осла».

Во время выполнения задания идет одновременное одновременное действие экспериментатора и ребенка - экспериментатор диктует каждое изменение в усиллии лошади, а ребенок показывает это на эспандере.

(Когда лошадь прикладывала больше усилий, веревочка которая показывает усилие лошади тянется сильнее, чем веревочка, изображавшая силу осла. Дальше, веревочки у ребенка становятся ровными, т.к. лошадь по

условию задачи устала и скорость ее усилия стала меньше (веревочка, показывающая силу лошади, ослабилась). Действие лошади снова усиливается, ребенок показывают разные веревочки).

Некоторые дети путали усилие с расстоянием. Когда лошадь, по условию задачи начинала прикладывать меньше усилий, то веревочка не становилась короче. Дети: «Лошадь устала, поэтому идет медленно и веревочка тянется медленно». В данном случае экспериментатор обращал внимание ребенка на эту ситуацию.

Задание 2

Затем ребенку предлагается прочитать график и построить свое действие (используя эспандер) как процесс (см. Рисунок 6).

Здесь мы наблюдаем, как ребенок удерживает отношение между двумя «волнами» и может управлять изменениями этих отношений.

3.3 Критерии оценки выполнения заданий по процедурам

Процедура № 1 «Резиночка».

В основание оценки выполнения заданий процедуры «Резиночка», используемую нами в качестве процедуры пре- и пост-теста, мы положили два критерия. Первый критерий – это выполнение или невыполнение задания. Второй критерий - это выполнение задания самостоятельно или при использовании помощи экспериментатора.

Например, самостоятельное выполнение второго задания оценивается в 2 балла, а выполнение задания при помощи экспериментатора оценивается в 1 балл. Самостоятельное выполнение первого и третьего задания оценивается в 1 балл, с помощью взрослого – 0,5 баллов. Невыполненное задание оценивается в 0 баллов. Ниже представлена таблица, в которой в обобщенном виде представлены критерии оценивания выполнения заданий.

Максимальное количество баллов, которое испытуемый может получить за самостоятельное, без использования помощи экспериментатора выполнение всех заданий процедуры, равняется 4. Минимальное количество

баллов, которое испытуемый может получить равняется 0 и возможно в ситуации, когда испытуемый не решил ни одного задания. Таблица 1 - Критерии оценивания выполнения заданий

Таблица 1 - Критерии оценивания выполнения заданий

Условие / № Задания	Задание 1	Задание 2	Задание 3
Испытуемый самостоятельно справляется с заданием, не используя помощь экспериментатора	1 балл	2 балла	1 балла
Испытуемый выполняет задание неверно, но самостоятельно находит свою ошибку и предлагает верное решение	1 балл	2 балла	1 балла
Испытуемый выполняет задание неверно, но после помощи экспериментатора находит свою ошибку и предлагает верное решение	0,5 балла	1 балл	0,5 балла
Испытуемый выполняет задание неверно и после помощи экспериментатора не находит верный способ решения	0 баллов	0 баллов	0 баллов
Испытуемый не выполняет задание	0 баллов	0 баллов	0 баллов

На основании данных, полученных нами при помощи процедуры «Резиночка» нами были выделены и описаны четыре уровня умения выделять и фиксировать отношение, лежащее в основе понятия «величина», работать в нескольких планах одновременно.

0 уровень. Характеризуется полной несформированностью понятия «величина». Ребенок оперирует лишь формальной стороной понятия и не способен открывать отношения, лежащие в его основе. Величина представлена только как скалярная и в связи с этим ребенок может работать с величинами в одном плане, но не может переносить величину, как отношение, в другие планы или работать в нескольких планах одновременно, а так же не способен выделять отношения между объектами и отождествляет отношение и объект.

I уровень. Характеристики данного уровня схожи с характеристиками предыдущего. Отличие заключается лишь в способности ребенка переносить работу с понятием из одного плана в другой и удерживать несколько планов работы одновременно, но только при помощи взрослого.

II уровень. Характеризуется способностью испытуемого работать в нескольких планах одновременно и переносить операции из одного плана в другой с помощью взрослого. Это говорит о том, что понятие «величина» находится в процессе формирования. Испытуемый может выделять в каких отношениях находятся объекты, а так же выполнять действия преобразования и сравнения.

III уровень. Характеризуется сформированностью понятия величина и способностью ребенка выполнять операции с понятием в различных планах, а так же переносить операции из одного плана в другой. Способность выделять отношения между объектами, а так же работать с выделенным отношением. Способность сворачивать и проводить обратные операции.

Таблица 2 - Отношение уровней и баллов, получаемых за выполнение задания

Уровень	Количество баллов
0	0-0.5
I	1-2
II	2.5-3.5
III	4

Процедура №2 «Эспандер»

Процедура «Эспандер», используется нами в качестве процедуры пост-теста. Она позволяет оценить действие детей по управлению изменениями отношений между величинами. Для того, чтобы определить, на сколько у детей сформировано данное умение, мы выделили 4 уровня (Таблица 3).

Таблица 3 – Уровни выполнения действия управления изменениями отношений

Качественное описание выполнения действий по управлению.	Уровни
Испытуемый выполняет задание на уровне замещения (сгибает веревку эспандера)	0
Испытуемый фиксирует только максимальные точки высоты волны показывает отношение между двумя волнами по высоте	1
Испытуемый показывает процесс роста волны, но не учитывает точки перехода	2
Испытуемый показывает процесс роста волны, учитывая точки перехода	3

1 уровень говорит о том, что ребенок выполняет задание на уровне замещения, т.е. оперирует лишь формальной стороной понятия величина. На этом уровне ребенок не выделяет отношений и не может ими управлять.

На 2 уровне ребенок способен выделить отношение между величинами, но управлять меняющимися отношениями еще не может.

На 3 уровне испытуемый выделяет отношение, может управлять меняющимися отношениями, однако, не учитывает точки перехода (когда одна волна еще растет, другая уже убывает).

4 уровень характеризуется удерживанием процесса изменений и способностью управлять изменениями отношений между величинами.

3.4 Система занятий, по формированию понятия «величина»

Б.Д. Эльконин предположил о том, что способ преподнесения понятия «величина» не является адекватным содержанию, вкладываемому в данное понятие [32].

По мнению Б.Д. Эльконина экранирование взрослым детского чувства собственного усилия должно стать основой действия с различием (разницей величин), которое, в свою очередь, является основой освоения теоретического содержания понятия «величина». Именно чувство собственной активности ребенка, а не предметные манипуляции сами по себе, является истоком смысла ситуации, образа собственного действия и его предметности, а именно - системы значимых предметных отношений.

На основании условий освоения понятия «величина» как отношения действий, выделенных Д.Б. Элькониным мы разработали формирующие занятия, цель которых открытие смысла понятия «величина» как отношения действий сравнения и преобразования через чувство собственной активности, усилия, прикладываемого ребенком для построения данного отношения при помощи предметов.

Формирующий эксперимент включает в себя три этапа:

- 1.Порождение усилия, отображение в образце динамики усилия;
- 2.Построение процессов индивидуального и совместного преобразования; введение и объективация представления о том «на сколько» увеличилось-уменьшилось;
3. Сопоставление преобразований в индивидуальном и совместном действии; работа с разницей – управление динамикой преобразований через заданное изменение разницы.

Этап №1

1 занятие

Цель: построение последовательности усилий в совместном действии – «подхват» последующим усилием предыдущего.

На доске заготовлены волны (динамика громкости) учитель предлагает детям, опираясь на эти рисунки одновременно петь либо топать ногами (см. Рисунок 7)



Рисунок 7 – Образцы интонирования

После окончания “разминки” учитель рисует на доске волну с особой пометкой, которая обозначает точку завершения выполнения усилия одним ребенком и «подхват» его другим (см. Рисунок 8).

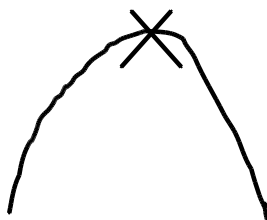


Рисунок 8 – волна с местом «подхвата»

Учитель предлагает выбрать одно из отработанных усилий – пропеть (прохлопать, протопать и др..), и попробовать в месте, указанном на рисунке

передать усилие партнеру: для этого дети разбиваются в пары, договариваются о совместном действии (кто первый, кто второй).

Учитель: Сегодня я хочу предложить Вам кое-что новое. Посмотрите на доску – здесь рисунок, похож на те, по которым мы раньше выполняли действия.

Дети: Волна та же. Но на ней поставлен крестик.

Учитель: Попробуйте выполнить действие с этой волной. Что у вас получилось?

В этом упражнении требуется «передать» усилие партнеру, а ему нужно «подхватить» усилие и продолжить его.

Дети: Крестик, это то место, где один из нас закончит выполнять какое-то действие, а другой будет продолжать.

Учитель: У вас это получилось? Кто может это показать?

Несколько пар попробовали совершить это действие – не получается.

Учитель: Не получается выполнить это действие? Почему? Что происходит?

Дети: У нас получаются «дырки» в пении (или других действиях).

Учитель: Способ можно какой-нибудь придумать, чтобы не было «дырок»?

Дети предлагают взяться за руки и в момент остановки одного партнера подать сигнал, для того, чтобы петь продолжил второй партнер. Пары снова пробуют пропеть (выполнять действие) вместе волну без «дырок». Снова не удается.

Учитель предлагает остановиться на этом этапе и подумать, какое действие поможет подхватить усилие партнера без остановок в звучании.

На этом занятии учитель использует прием изображения собственного усилия в виде «волны». «Волна» позволяет наглядно отобразить силу применяемого усилия.

2 Занятие

Учитель: Что делали на прошлом уроке? С какой волной пришлось работать? Кто из вас может её показать – нарисовать на доске?

Дети восстанавливают волну, которую они пробовали пропеть (разные действия с волной – кто как работал) (см. Рисунок 9)

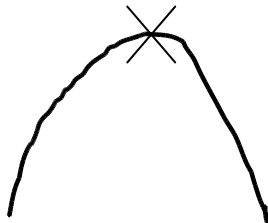


Рисунок 9 – восстановленная волна с первого занятия

Учитель: Что было с этим крестиком? Что у вас получилось, что не получилось?

Дети: Один человек начинает петь, другой подхватывает. Мы делали остановку в том месте, где крестик - получалась дырка.

Учитель: Попробуем сегодня еще раз подхватить, чтобы не было дырок. Работа в парах. Ребятам даётся время потренироваться.

После тренировки дети выходят парами и воспроизводят волну. Ведётся обсуждение о том, у какой пары получилось, а у какой не получилось и почему.

Далее предлагается ребятам такая волна (см. Рисунок 10):

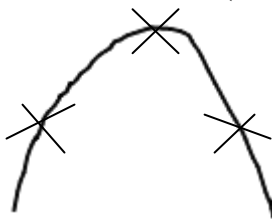


Рисунок 10 – волна с тремя местами «подхвата»

Были обнаружены следующие пробы ребят:

– один начинал петь и в момент остановки зажимал руку партнера, чтобы тот подхватил его;

– смотрели (глаза в глаза) друг на друга во время, когда было нужно пропеть волну;

– пробовали хлопать и топать вместо пения.

Дети отмечали следующие трудности: было тяжело вовремя подхватить волну; один человек еще допевал, а другой уже начинал подхватывать, одно пение накладывалось на другое; один ученик уже пропел, а второй еще не начал петь и в волне образовывались «дырки».

После нескольких попыток тренировки у некоторых пар получилось вовремя подхватить партнера.

На втором занятии учитель в парной работе организовал совместное действие, для того, чтобы дети попробовали «передать» усилие своему партнеру, а ему надо было «подхватить» усилие и продолжить его. Причем, делать это нужно было так, чтобы процесс усиления-ослабления оставался плавным. Дети в пробах прочувствовали разницу в собственных усилиях, обнаруживали, в чем состоят их трудности, а затем совместно придумывали способы плавной «передачи – подхвата» усилий.

Этап №2

3 Занятие

Цель: изобретение детьми способов, фиксирующих изменение усилия.

Таким прибором будет картонная обложка тетради, одну из сторон которой надо удерживать, а на другую дуть с разной силой, определяя разные степени ее отклонения.

Учитель: Поставьте пожалуйста на стол тетрадку в раскрытом положении и подуйте на обложку. Что заметили? Что произошло? Что меняется?

Дети: Мы применяем усилия, давим силой воздуха на обложку тетради и она отклоняется.

Учитель: Как вы дули?

Дети: Сила была разной.

Учитель: Это как? Можете показать?

Дети: Если дунуть сильно - тетрадь упадет, если дунуть чуть-чуть, то обложка немного покачнется.

Дети демонстрируют свои пробы.

Учитель: Ребята, давайте вернемся к обложке, на которую мы дули. Как вы думаете, можно нарисовать то, как отклонялась обложка от силы воздуха?

Так, в результате, получалось несколько «следов» согласно отклонениям обложки. Дети карандашиком отмечали на листочке на сколько отклонилась обложка, в каком месте она была изначально и на какое место встала после того как дети подули на неё. (Данные «следы» пригодятся в следующем упражнении).

То же самое действие проделывали с воздушным шаром. Сильное усилие – шарик надувается больше, слабое усилие – шар надувается меньше.

Здесь дети так же самостоятельно изобретают метку: они предлагают, например, обводить окружность шара мелом на доске. Окружность шара на доске и будет той самой меткой, которая собой будет являть величину усилия и меру изменения предмета.

Здесь дети прочувствовали преобразование как разницу своих усилий. В данной пробе их работа концентрируется вокруг открытия способов проставления меток, фиксирующих изменение вещи и, через это усилие – дуть («что и на сколько сильнее»). Слово «след» становится ключевым в работе учителя и детей.

4 Занятие

Цель: перенос на преобразование образа усилия и введение представления о «следе» преобразования и изобретение «приборов», его фиксирующих, переход от усилия к преобразованию предметов в индивидуальном и совместном действии.

Занятие начинается с рефлексии того, что было на прошлом занятии. Учитель спрашивает у детей, что они делали на прошлом занятии, что им запомнилось. Предлагает повторить упражнения, которые они проделывали в

прошлый раз, т.е. дуть на обложку тетрадки и надувать воздушный шар, используя при этом метки.

Дети представляли свои фиксации на доске, обсуждали разные версии:
Шарик был таким (см. Рисунок 11)



Рисунок 11 – изображение первоначального вида шарика

Затем его стали надувать и он стал большим (см. Рисунок 12)

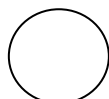


Рисунок 12 – изображение последующего вида шарика

Дети зафиксировали где обложка была, что случилось когда на нее подули, какое расстояние получилось (см. Рисунок 13):

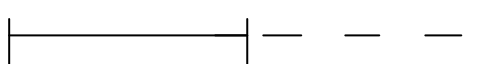


Рисунок 13 – изображение изменения обложки

Учитель предлагает придумать «следам» названия или имена, короткий или маленький «след» обозначается буквой А, а большой или длинный след обозначается буквой Б. Так же учитель предлагает детям ввести знак, обозначающий изменение предмета. Дети предложили знак «>».

Дети сами рисуют на доске «следы» и ставят знак преобразования – начинают объяснять, где какой след и объясняют значение знака преобразования.

Появляются следующие записи - рисунки на доске:

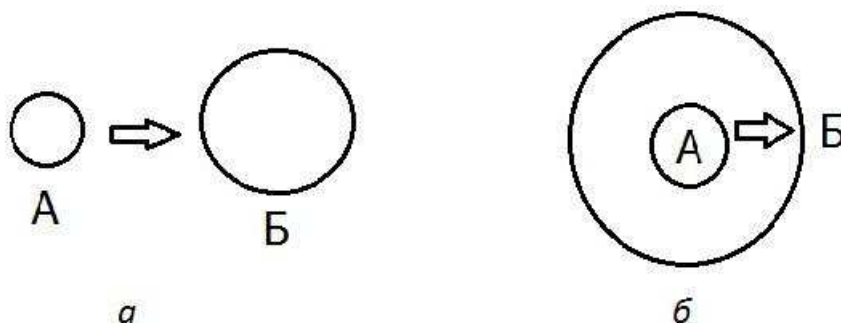


Рисунок 14 (а,б) - изображение преобразования шара при помощи «следов» и знака преобразования.

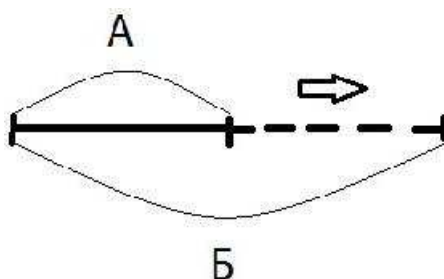


Рисунок 15 – изображение преобразования отклонения обложки тетрадки при помощи «следов» и знака преобразования.

Учитель организует работу детей для введения знаков, обозначающих предметы и их преобразование. В данной работе происходит переход от чувственной формы действия преобразования к оформлению ее как предметной разницы и фиксации разницы с помощью отношений.

5 Занятие

Цель: прочувствование собственного усилия и обозначение его с помощью ряда полосок.

Учитель: Посмотрите, у нас есть вот такие шарики (в желобе находится легкий шарик) подуйте. Дети дуют на шарики по очереди. Дети пробуют дуть на шарик, чтобы перегнуть его с начала желобочка – специального прибора, в конец этого прибора.

Учитель: Что произошло с шариком? Кто может изобразить на чертеже, на полосках из бумаги, что произошло с шариком?

Дети: Мы дули, шарик летел от одного края, ударился об стенку другого края и остановился (см. Рисунок 16)

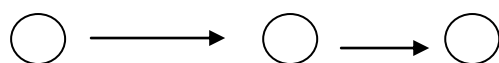


Рисунок 16 – Изображение изменения положения шарика

Учитель кладет в желоб средний шарик такого же размера и просит подуть на него детей. Затем самый тяжелый шарик.

Один ребенок подул – изменений не произошло. Подул другой ребенок – шарик остался на месте. Дети стали дуть все вместе и шарик начал двигаться.

Учитель задает вопросы на понимание того, уловили ли ребята какую-либо разницу или нет.

Учитель: Одинаково было дуть? Что было разного? В каком случае труднее? Когда легче?

Учитель: Подберите, пожалуйста, полоски так, чтобы с их помощью было видно, где труднее было дуть, а где легче. Дети подбирают полоски и выкладывают в ряд (см. Рисунок 17).

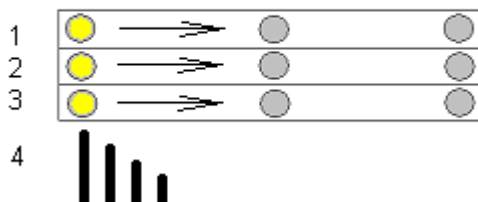


Рисунок 17 – Изменение положения шариков и изображение ряда полосок

1. Самый легкий шарик
2. Средний шарик
3. Самый тяжелый шарик
4. Полоски разной длины.

Стрелками показано направление дуновения.

На этом занятии с помощью такого приема, как дутья на шарики одинакового размера, но разной массы дети обнаруживают разницу собственных усилий, потом оформляют ее как предметную разницу в виде полосок разной длины.

6 Занятие

Цель: разворачивание детских проб по нахождению ребенком отображения разницы как разницы усилий, с помощью сериального ряда в котором будет закодирована разница.

На шарик одновременно дуют двое детей. То, на сколько шарик продвинулся – это различие усилий. Разницу усилий учитель обозначает как выигрыш одного из участников.

Учитель: Ребята, мы с вами поиграем в такую игру. Когда я скажу: раз, два, три, вам нужно будет вместе подуть на этот шарик. Когда я скажу стоп, вы перестаете дуть.

Важно зафиксировать шарик в одном положении и назвать победителя.

Учитель: Есть желобки, по которым испытуемые дуют, а разметки там нет. Попробуем еще раз подуть на шарики. Раз, два, три. Стоп. Кто выиграл? Почему?

После обсуждения дети предлагают разметить поле игры.

Данное занятие состоит из двух заданий. Первое задание направлено на прочувствование совместного усилия. Второе задание – введение метки для обозначения разницы усилий. Цель первого задания достигается при помощи игры, где ребята дуют на шарик и определяются победитель. Здесь прочувствуется совместное усилие и вводится разница этих усилий. Второе задание провоцирует детей ввести метку, для того, чтобы узнать, кто победил.

7 Занятие

Цель: прочувствование собственного усилия и использование метки для обозначения разницы усилий (на сколько?)

Игра «Перетягивание каната»

Учитель: У меня в руках есть небольшой канат. Сейчас ваша задача посмотреть, как вы будете перетягивать канат и что будет происходить. Получится ли у вас выложить происходящее на полосках?

Дети разбились на две группы и разошлись каждая со своим канатом. Каждая группа поделилась еще на 2 группы, одна из которых встала с одного конца каната, вторая с другого.

Учитель: На счет 1-2-3 вы начнете тянуть канат.

Теперь покажите на полосках, что вы делали.

4 группы детей на полосках моделировали ситуацию с канатом.

Дети задавали вопросы на понимание каждой группе, презентующей свою версию.

Учитель: Теперь разбейтесь, пожалуйста, на две группы. Одна группа будет перетягивать канат, а вторая наблюдать за ними, для того, чтобы увидеть, на сколько одна команда оказалась сильнее, чем другая. Силу мы можем померить только в том случае, если у обеих команд будут одинаковые условия. Как это сделать?

Дети: Сложить канат пополам; количество детей должно быть одинаковым; посчитать до трех и одновременно начать тянуть.

Далее дети в тех же группах на чертежах или полосках изображали на сколько одна команда победила другую.

Во время детских представлений учитель и дети задавали вопросы по теме: понятно ли на ваш взгляд схема отобразила процесс перетягивания каната.

Представляя свои работы, дети обнаружили дефицит, они не могут точно показать, на сколько одна команда выиграла другую, т.к. во время перетягивания каната были соблюдены не все условия.

На данном занятии дети прочувствуют разницу собственных усилий путем применения силы для перетягивания каната. Далее, для того, чтобы обозначить разницу в усилиях, дети задаются вопросом: «А что нужно, чтобы понять, на сколько одна команда выиграла другую?». Иницируется поиск средств, обсуждение детей в группах.

8 Занятие

Учитель: Что мы делали на прошлом занятии?

Дети: Показывали действие как команды перетягивали канат.

Учитель: Какой вопрос у нас остался с предыдущего занятия?

Дети: Какие должны создаваться условия, чтобы команда могла показать на сколько она выиграла другую команду?

Учитель: Работа в группах. На столе лежат предметы, которыми вы можете воспользоваться, для своей работы (маленькая линейка, тесьма, полоски из бумаги, нитка, маркер, листы бумаги, резинка – которую можно растягивать).

Одна из групп: Мы положили канат ровно. Мы тянем канат. Выиграли. Ученица показывает на то расстояние (показывает расстояние от метки-полоски до середины каната, помеченной красной резинкой), на которое перетянули канат – выиграли другую группу.

Далее дети вместе с учителем фиксируют на доске, какие условия должны быть соблюдены, чтобы команда могла показать на сколько она выиграла /проиграла:

(Равное количество человек; равное расстояние; отметить где нужно взять командам канат, от серединки каната равное расстояние, где командам взяться; где середина на полу, чтобы можно было наблюдать на сколько будет разница выигрыша).

На этом занятии, отвечая на вопрос «Какие должны создаваться условия, чтобы команда смогла показать, насколько она выиграла другую команду», дети вышли на то, что сумели показать разницу «на сколько» с помощью метки и мерки, используя полоску – точку, откуда начинают перетягивать канат и резиночку для обозначения середины каната. Это говорит о том, что достигнута цель второго этапа. Дети нашли способ, который позволяет зафиксировать изменение усилия.

Этап №3

9 Занятие

Цель: воссоздание преобразования как преобразования разницы величин.

На третьем этапе решались три задачи:

1. Воссоздание поля преобразования как *поля координации динамики* двух одновременных преобразований – поля, где «силы» преобразований становятся сопоставимыми.

2. Воссоздание динамики разницы между «величинами усилий» в двух координированных преобразованиях; при этом динамика разницы должна быть задана как соотношение разных «волн» двух усилий (см. Рисунок 18).

3. Выполнение обратного задания: построение координации двух преобразований в соответствии с заданным изменением разницы.

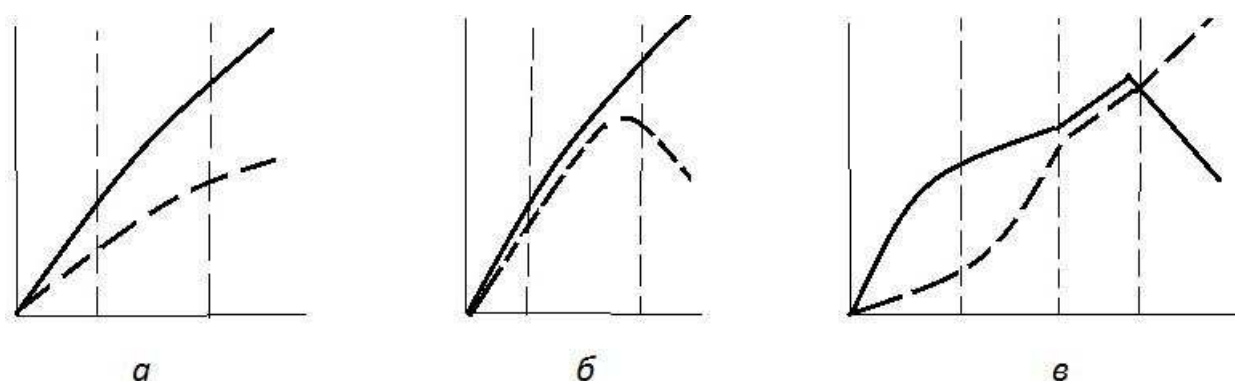


Рисунок 18 - «Волны» усилий – образцы для соотнесения преобразований

Материалами детского действия были две тугие резинки от ручного эспандера, концы которых с помощью трубочин были закреплены на столах так, чтобы при растяжении резинки располагались параллельно друг другу. С помощью одновременного растяжения пары резинок и надо было имитировать «волны усилий».

Для выполнения этого задания дети разбились на группы по три человека.

1 Задание

Учитель: Посмотрите на графики. Вы видите изображение усилий двух животных (лошадь и осел тянут свои телеги) в виде линий. Красная линия – усилие лошади, синяя - усилие осла. Вам нужно показать на эспандере то, что происходит на графике. Вы должны договориться, кто будет работать на приборе, а кто будет работать как руководитель.

Детям давалось время, на то, чтобы обсудить, как они будут действовать.

1 График (а)

Версии детей:

1. Зафиксировали конечные точки на эспандере «Лошадь тянула сильнее, чем осел». В этом случае учитель просит продемонстрировать весь процесс, обратить внимание на точку, откуда животные стали тянуть телегу.
2. Дети натягивали веревки, объясняя, что лошадь тянет все время сильнее, чем осёл.

Учитель: Где видно на графике, на сколько лошадь тянет сильнее?

Дети: Вот разница между верхней и нижней линией.

Учитель: Что происходит с этой разницей с самого начала?

Дети: Она начинает расти все больше и больше.

2 График (б)

Версии детей:

1. Дети демонстрировали на веревках, что лошадь все время увеличивает свою силу (натягивали веревку), а осел сначала увеличивает(натягивают), а потом устает и сила уменьшается (ослабляют веревку)
2. Дети показали, что лошадь и осел одинаково увеличивают свои усилия (натягивают красные и синие веревки). В этом случае, учитель просил объяснить то место, где синяя линия идет вниз.

3 График (в)

Версии детей:

1. Сначала лошадь тянула сильнее осла, потом осел увеличил свое усилие и догнал лошадь, они стали тянуть с одинаковой силой. Затем осел стал тянуть сильнее, а лошадь слабее.
2. Дети не делали акцент на особенностях первой части графика, демонстрируя, что лошадь и осел тянули телеги одинаково. Тогда учитель просил отдельно показать эту часть, просил обратить внимание на то, что линии идут не одинаково.

Во время работы в тройках дети менялись ролями. Каждый пробовал работать и на приборе и регулировать процесс выполнения задания других детей.

2 Задание

Учитель: Подумайте и нарисуйте сами как лошадь и осел могут еще тянуть телеги и покажите это на эспандере.

Дети рисовали свои графики и пробовали показать изменения в усилиях животных с помощью эспандера.

На данном занятии ведется групповая работа с разницей. Здесь разница задана в виде отношений двух линий на графике. Прибор «эспандер» позволял детям попробовать управлять изменениями отношений двух линий на тянущихся резинках.

10 Занятие

Цель: управление отношением динамик посредством заданного изменения разницы.

Учитель: У меня в карманах два волшебных отрезка. Понарошку волшебных. Они могут сами увеличиваться и уменьшаться. А это разница их длин (показывает резинку). Если разница меняется (увеличивает) что происходит с отрезками? А теперь разница уменьшается-уменьшается и совсем пропала. Что с отрезками?

При выполнении этого задания дети говорили, что в первом случае, когда разница увеличивается, то между отрезками разница также увеличивается. Либо один отрезок становится длиннее, либо другой короче, а может быть одновременно один длиннее, а другой короче. Когда разница уменьшается, а потом и вовсе пропадает, то в этом случае отрезки становятся равными, т.к. между ними уже нет разницы.

Некоторые дети при уменьшении разницы говорили, что в этом случае оба отрезка сжались или совсем пропали.

Учитель дальше давал задание показать на эспандере, что происходило с отрезками. Для детей, которые утверждали, что с уменьшением разницы

отрезки уменьшаются и пропадают, делал акцент на разнице между длинами веревочек эспандера. Возвращались снова к первой части задания, а затем переходили ко второй.

Учитель: покажи, где видно, что разница увеличивается? А теперь разница уменьшается, как это показать? Что стало с отрезками?

На этом занятии, в отличие от предыдущего, ребята воссоздавали отношение длин по изменению разницы и работали индивидуально. Учитель, меняя длину резинки, которой придавалось значение разницы длин, требовал соответствующего одновременного изменения длин резинок детей. Часть детей самостоятельно справились с управлением изменениями отношений между двумя длинами, некоторым детям потребовалась сначала работа с прибором «эспандер» для прочувствования изменения, и только потом они смогли показать, как изменялись длины отрезков при изменении их разницы.

Завершилась работа рефлексией.

Учитель: Что вам больше понравилось, запомнилось, что оказалось трудным, непонятным?

3.5 Анализ полученных данных

3.5.1 Анализ данных экспериментальной группы

Нами было выдвинуто предположение, согласно которому переход от объективации чувства собственного усилия к действию с отношением (разницей) есть способ формирования понятия «величина» у младших школьников.

Если операционализировать теоретическую гипотезу, приведенную выше, то получаем следующие эмпирические гипотезы:

H1: использование в ходе занятий упражнений по формированию понятия «величина» приводит к статистически значимому увеличению количества баллов, получаемых испытуемыми экспериментальной группы, в процедуре диагностики уровня сформированности понятия «величина» (пост-теста), в сравнении с процедурой претеста.

H0: использование в ходе занятий упражнений по формированию понятия «величина» не приводит к статистически значимому увеличению количества баллов, получаемых испытуемыми экспериментальной группы, в процедуре диагностики уровня сформированности понятия «величина» (пост-теста), в сравнении с процедурой претеста - количество баллов, получаемых испытуемым, остается тем же или его увеличение является статистически незначимым.

В эксперименте приняли участие 50 учеников 2-х классов МАОУ КУГ №1 «Универс» г. Красноярска, попарно объединенные в контрольную и экспериментальную группы по 25 испытуемых в каждой. В таблицах, представленных ниже, приведены данные процедуры пре - теста, которая была проведена перед началом серии занятий по формированию понятия «величина», а так же данные процедуры пост – теста, которая была проведена после окончания серии занятий.

Таблица 4 – Данные процедур пре - и пост-теста «Резиночка» экспериментальной группы

№	Имя	Баллы пре-теста	Уровень	Баллы пост- теста	Уровень
1	Ульяна Г.	1	I	3	II
2	Кирилл Я.	0,5	0	2	I
3	Даша Ш.	1	I	2	I
4	Ваня Е.	1	I	2,5	II
5	Федор Г.	0,5	0	2	I
6	Максим П.	1	I	2	I
7	Даша Ц.	1	I	2	I
8	Миша М.	0,5	0	2	I
9	Тима С.	1	I	2	I
10	Маша Ф.	1	I	2,5	II
11	Вика М.	1	I	4	III
12	Рината М.	1	I	1	I
13	Гоша.Б.	1	I	4	III
14	Данила В.	1	I	2	I
15	Артур Ш.	1	I	2	I
16	Рома П	1	I	3	II
17	Вика Р.	1	I	4	III
18	Илья Г.	0,5	0	1	I
19	Лида П.	1	I	2	I
20	Саша Л.	1	I	3	II
21	Тимур Ш.	0,5	0	1	I
22	Леня Л.	1	I	3,5	II
23	Карина А.	1,5	I	2	I
24	Сева Б	1	I	2	I
25	Полина И	1	I	2	I

Из таблицы 4 видно, что средний балл, получаемый испытуемыми экспериментальной группы за выполнение заданий претеста равен 0,9. Это говорит о том, что большая часть испытуемых не выполнила даже одного задания из трех. Важным так же будет заметить, что многие из учеников пользовались помощью экспериментатора при решении заданий.

Средний балл, полученный испытуемыми экспериментальной группы за процедуру пост-теста равен 2,4 что говорит нам о том, что большей части испытуемых удалось решить два задания самостоятельно и одно – при помощи экспериментатора.

Положительный сдвиг по количеству баллов в процедуре пост-теста случился у 96% испытуемых экспериментальной группы, т.е. у 24 из 25 испытуемых. Только один испытуемый в процедурах пре- и пост-теста

набрал одинаковое количество баллов и не показал сдвига, его доля в экспериментальной группе – 4%.

Число испытуемых с 0 уровнем сформированности понятия величина на этапе процедуры претеста составляло 36%, число испытуемых, со I уровнем сформированности понятия «величина» составляло 64%. На этапе процедуры пост-теста испытуемых с 0 уровнем сформированности понятия «величина» не оказалось, число испытуемых с I уровнем составило 56%, число испытуемых со II уровнем сформированности понятия «величина» составило 32%, и на III уровень вышли 11% учеников.

Для проверки выдвинутой нами гипотезы проведем статистический анализ значимости сдвига. Для этого сравним данные процедур пре- и пост-теста при помощи Т-критерия Вилкоксона.

Таблица 5 – Расчет Т-критерия Вилкоксона для экспериментальной группы

N	"До"	"После"	Сдвиг ($t_{\text{после}} - t_{\text{до}}$)	Абсолютное значение сдвига	Ранговый номер сдвига
1	1	3	2	2	20
2	0.5	2	1.5	1.5	16
3	1	2	1	1	9
4	1	2.5	1.5	1.5	16
5	0.5	2	1.5	1.5	16
6	1	2	1	1	9
7	1	2	1	1	9
8	0.5	2	1.5	1.5	16
9	1	2	1	1	9
10	1	2.5	1.5	1.5	16
11	1	4	3	3	24
12	1	1	0	0	1
13	1	4	3	3	24
14	1	2	1	1	9

Окончание Таблицы 5

15	1	2	1	1	9
16	1	3	2	2	20
17	1	4	3	3	24
18	0.5	1	0.5	0.5	3
19	1	2	1	1	9
20	1	3	2	2	20
21	0.5	1	0.5	0.5	3
22	1	3.5	2.5	2.5	22
23	1.5	2	0.5	0.5	3
24	1	2	1	1	9
25	1	2	1	1	9
Сумма рангов нетипичных сдвигов:					1

В результате получаем значение Т-критерия Вилкоксона равное $T_{Эмп} = 1$. Сравним полученное значение с таблицей критических значений Т-критерия Вилкоксона.

Таблица 6 – Критические значения Т-критерия Вилкоксона при $n=25$

n	Т _{кр}	
	0.01	0.05
25	76	100

Ось значимости:

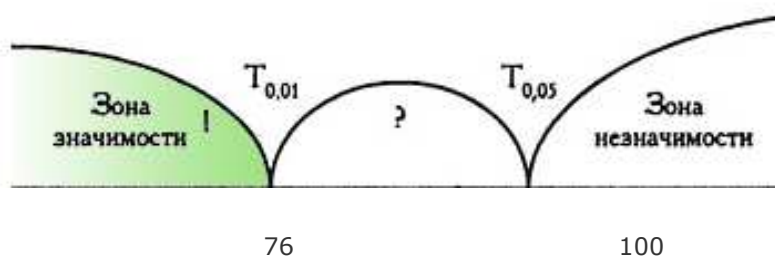


Рисунок 18 – Положение полученного эмпирического значения критерия на оси значимости

Из таблицы 6 и рисунка 18 мы видим, что полученное эмпирическое значение Т-критерия лежит в зоне значимости, что позволяет нам сделать вывод о том, что в результате экспериментального воздействия случился сдвиг в формировании понятия «величина» и этот сдвиг оказался статистически значимым.

3.5.2 Анализ данных контрольной группы

Проанализируем данные контрольной группы. Ниже, в таблице 7 представлены данные, полученные испытуемыми контрольной группы, во время процедуры пре- и пост-теста.

Таблица 7 - Данные контрольной группы

№	Имя	Баллы пре-теста	Уровень	Баллы пост-теста	Уровень
1	Кристина П.	1	I	1	I
2	Елизавета Е.	0,5	0	1	I
3	Соня. В	0.5	0	0.5	0
4	Костя А.	0	0	1	I
5	Ника Р.	0	0	1	I
6	Даниил Р	0,5	0	1	I
7	Вова Я.	0	0	0.5	0
8	Лиза С	1	I	0.5	0
9	Гордей Я.	0,5	0	1	I
10	Вова Л	1	I	1	I
11	Полина С.	1	I	1	I
12	Егор С.	1	I	0	0
13	Юля К.	0,5	0	1	I
14	Саша М.	1	I	1	I
15	Роман П.	1	I	3	II
16	Матвей П.	0.5	0	1	I
17	Алена П.	1	I	1	I
18	Таисия К.	1,5	I	0.5	0
19	Артем К.	1	I	1	I
20	Максим И.	0,5	0	1	I
21	Влад Ч.	1	I	0.5	0
22	Матвей Ф.	0,5	0	1	I
23	Вика П	1	I	0.5	0
24	Коля К.	0	0	1	I
25	Камила Г.	1	I	1	I

Глядя на данные, приведенные в таблице, можно сказать, что средний балл, полученный испытуемыми контрольной группы за выполнение заданий

претеста равен 0,7, что говорит нам о том, что большая часть испытуемых выполнила лишь одно задание пользуясь помощью взрослого.

Средний балл, полученный испытуемыми контрольной группы за выполнение заданий пост-теста равен 0,9, что так же говорит нам о том, что большая часть испытуемых выполнила только одно задание.

Так же из таблицы видно, что незначительный сдвиг по количеству полученных испытуемыми баллов случился у 40%, т.е. у 10 из 25 испытуемых. У четырех испытуемых (16%) сдвиг случился «в обратную сторону», т.е. количество баллов, набранных им в процедуре пост-теста меньше, чем количество баллов, набранных им в процедуре претеста. Важно отметить, что в экспериментальной группе отрицательных сдвигов нет.

Число испытуемых с 0 уровнем сформированности понятия «величина» на этапе процедуры претеста составляет 36%. Число испытуемых с I уровнем сформированности понятия «величина» на этапе процедуры претеста составляет 52%. На II и III уровнях испытуемых не оказалось.

На этапе процедуры пост-теста число испытуемых с 0 уровнем сформированности понятия «величина» составляет 28%,. Число испытуемых с I уровнем сформированности понятия «величина» составляет 63%. На II уровень вышел только один ученик, т.е. (4%) от класса. Испытуемых с III уровнем сформированности понятия «величина» в контрольной группе нет.

Чтобы оценить значимость сдвига данных по процедурам пре- и пост-теста контрольной группы проведем анализ при помощи Т-критерия Вилкоксона.

Таблица 8 – Расчет Т-критерия Вилкоксона для контрольной группы

N	"До"	"После"	Сдвиг ($t_{\text{после}} - t_{\text{до}}$)	Абсолютное значение сдвига	Ранговый номер сдвига
1	1	1	0	0	4.5

Окончание Таблицы 8

2	0.5	1	0.5	0.5	14
3	0.5	0.5	0	0	4.5
4	0	1	1	1	22
5	0	1	1	1	22
6	0.5	1	0.5	0.5	14
7	0	0.5	0.5	0.5	14
8	1	0.5	-0.5	0.5	14
9	0.5	1	0.5	0.5	14
10	1	1	0	0	4.5
11	1	1	0	0	4.5
12	1	0	-1	1	22
13	0.5	1	0.5	0.5	14
14	1	1	0	0	4.5
15	1	3	2	2	25
16	0.5	1	0.5	0.5	14
17	1	1	0	0	4.5
18	1.5	0.5	-1	1	22
19	1	1	0	0	4.5
20	0.5	1	0.5	0.5	14
21	1	0.5	-0.5	0.5	14
22	0.5	1	0.5	0.5	14
23	1	0.5	-0.5	0.5	14
24	0	1	1	1	22
25	1	1	0	0	4.5
Сумма рангов нетипичных сдвигов:					86

В результате получаем значение $T_{Эмп} = 86$. Сравним полученное значение с таблицей критических значений Т-критерия Вилкоксона.

Таблица 9 – Критические значения Т-критерия Вилкоксона

n	T _{кр}	
	0.01	0.05
25	76	100

Ось значимости:

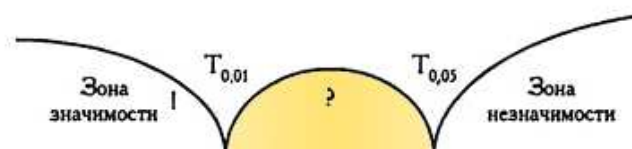


Рисунок 19 – Положение полученного эмпирического значения критерия на оси значимости

Из таблицы 9 и рисунка 19 мы видим, что полученное эмпирическое значение Т-критерия лежит в зоне неопределенности, это позволяет нам сделать вывод о том, что в контрольной группе не случился статистически значимый сдвиг в формировании понятия «величина».

3.5.3 Сравнение экспериментальной и контрольной групп

Сравним между собой показатели пре - теста для контрольной и экспериментальной группы при помощи U-критерия Манна-Уитни.

Таблица 10 – Данные претеста экспериментальной и контрольной групп

№	Экспериментальная группа	Контрольная группа
1	1	1
2	0,5	0,5
3	1	0,5
4	1	0
5	0,5	0,5
6	1	0
7	1	1
8	0,5	0,5
9	1	1
10	1	1
11	1	1
12	1	0,5
13	1	1
14	1	1
15	1	0,5
16	1	1
17	1	1,5
18	0,5	1
19	1	0,5
20	1	1

Окончание Таблицы 10

21	0,5	0,5
22	1	1
23	1,5	0
24	1	1
25	1	1

Из таблицы 10 видно, что средние баллы, полученные группами за выполнение заданий пре - теста примерно равны: 0,9 балла у экспериментальной группы и 0,7 у контрольной группы.

Таблица 11 – Расчет U-критерия Манна-Уитни для данных претеста

№	Выборка 1	Ранг 1	Выборка 2	Ранг 2
1	1	33	1	33
2	0.5	11	0.5	11
3	1	33	0.5	11
4	1	33	0	2.5
5	0.5	11	0	2.5
6	1	33	0.5	11
7	1	33	0	2.5
8	0.5	11	1	33
9	1	33	0.5	11
10	1	33	1	33
11	1	33	1	33
12	1	33	1	33
13	1	33	0.5	11
14	1	33	1	33
15	1	33	1	33
16	1	33	0.5	11
17	1	33	1	33
18	0.5	11	1.5	49.5
19	1	33	1	33
20	1	33	0.5	11
21	0.5	11	1	33
22	1	33	0.5	11
23	1.5	49.5	1	33

Окончание Таблицы 11

24	1	33	0	2.5
25	1	33	1	33
Суммы:		731.5		543.5

В результате получаем эмпирическое значение U-критерия Манна-Уитни $U_{\text{Эмп}} = 218,5$. Сравним данное значение с таблицей критических значений U- критерия Манна-Уитни.

Таблица 12 – Критические значения U-критерия Манна-Уитни

$U_{\text{кр}}$	
$p \leq 0.01$	$p \leq 0.05$
192	227

Ось значимости:

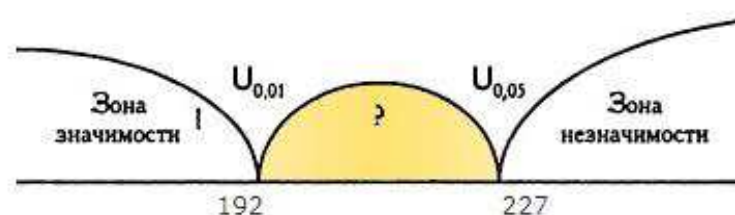


Рисунок 20 – Положение полученного эмпирического значения критерия на оси значимости

Из таблицы 12 и рисунка 20 видно, что полученное эмпирическое значение U-критерия Манна-Уитни $U_{\text{Эмп}}$ находится в зоне неопределенности. Это говорит о том, что различия экспериментальной и контрольной групп на начало эксперимента незначительны, а группы в свою очередь равны и однородны.

Сравним данные контрольной и экспериментальной групп по результатам процедуры пост-теста.

Таблица 13 – Данные пост-теста экспериментальной и контрольной групп

№	Экспериментальная группа	Контрольная группа
1	3	1
2	2	1
3	2	0.5
4	2.5	1
5	2	1
6	2	0.5
7	2	0.5
8	2	1
9	2	1
10	2.5	1
11	4	0
12	1	1
13	4	1
14	2	3
15	2	1
16	3	1
17	4	0.5
18	1	1
19	2	1
20	3	0.5
21	1	1
22	3.5	0.5
23	2	1
24	2	1
25	2	1

Из таблицы 13 видно, что средние баллы, полученные группами за выполнение заданий пост-теста существенно различаются: 2,4 балла у экспериментальной группы и 0,9 у контрольной группы.

Таблица 14 – Расчет U-критерия Манна-Уитни для данных пост-теста

№	Выборка 1	Ранг 1	Выборка 2	Ранг 2
1	3	44.5	1	17.5
2	2	34	1	17.5
3	2	34	0.5	4.5
4	2.5	41.5	1	17.5
5	2	34	1	17.5
6	2	34	0.5	4.5
7	2	34	0.5	4.5
8	2	34	1	17.5
9	2	34	1	17.5

Окончание Таблицы 14

10	2.5	41.5	1	17.5
11	4	49	0	1
12	1	17.5	1	17.5
13	4	49	1	17.5
14	2	34	3	44.5
15	2	34	1	17.5
16	3	44.5	1	17.5
17	4	49	0.5	4.5
18	1	17.5	1	17.5
19	2	34	1	17.5
20	3	44.5	0.5	4.5
21	1	17.5	1	17.5
22	3.5	47	0.5	4.5
23	2	34	1	17.5
24	2	34	1	17.5
25	2	34	1	17.5
Суммы:		905		370

В результате получаем эмпирическое значение критерия $U_{\text{Эмп}} = 45$. Сравним данное значение с таблицей критических значений U-критерия Манна-Уитни.

Таблица 15 – Критические значения U-критерия Манна-Уитни

$U_{\text{кр}}$	
$p \leq 0.01$	$p \leq 0.05$
192	227

Ось значимости:

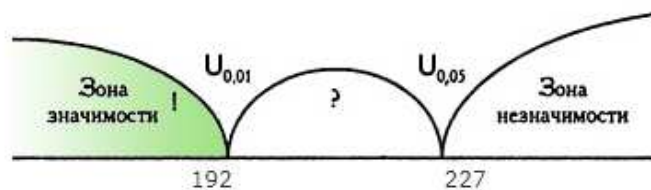


Рисунок 21 – Положение полученного эмпирического значения критерия на оси значимости.

Из таблицы 15 и рисунка 21 видно, что полученное эмпирическое значение $U_{\text{эмп}}$ находится в зоне значимости. Это говорит о том, что различия данных групп на конец эксперимента статистически значимы, что так же подтверждает наличие и силу сдвига в экспериментальной группе. Это значит, что формирующие занятия 2 и 3 этапов на развития умения выделять и фиксирования отношения, лежащие в основе понятия величина оказались эффективными.

Сравним между собой результаты диагностической процедуры «Эспандер» между контрольным и экспериментальным классами.

Таблица 16 - Результаты процедуры пост-теста «Эспандер» экспериментальной и контрольной групп

№	Экспериментальный класс	Контрольный класс
1	3	1
2	1	1
3	3	1
4	3	1
5	2	0
6	0	1
7	0	1
8	1	3
9	3	0
10	3	0
11	2	1
12	1	0
13	2	1
14	2	1
15	2	0
16	3	1
17	3	1

Окончание Таблицы 16

18	3	1
19	2	1
20	0	0
21	2	1
22	3	0
23	2	1
24	3	2
25	3	1

Из таблицы 16 видно, что в экспериментальной группе 3 ученика находятся на 0 уровне, что составляет 12% от класса, в контрольном же классе 7 учеников остались на 0 уровне (28%).

На первом уровне в экспериментальном классе оказалось 3 ученика (12%), в контрольном (64%).

На втором уровне в экспериментальном классе 8 человек (32%), в контрольном всего один (4%).

И 3 уровень в экспериментальной группе показали 11 испытуемых (44%), в контрольном только один (4%).

Для наглядности, отобразим распределение учеников, по уровням, используя диаграмму (см. Рисунок 22).

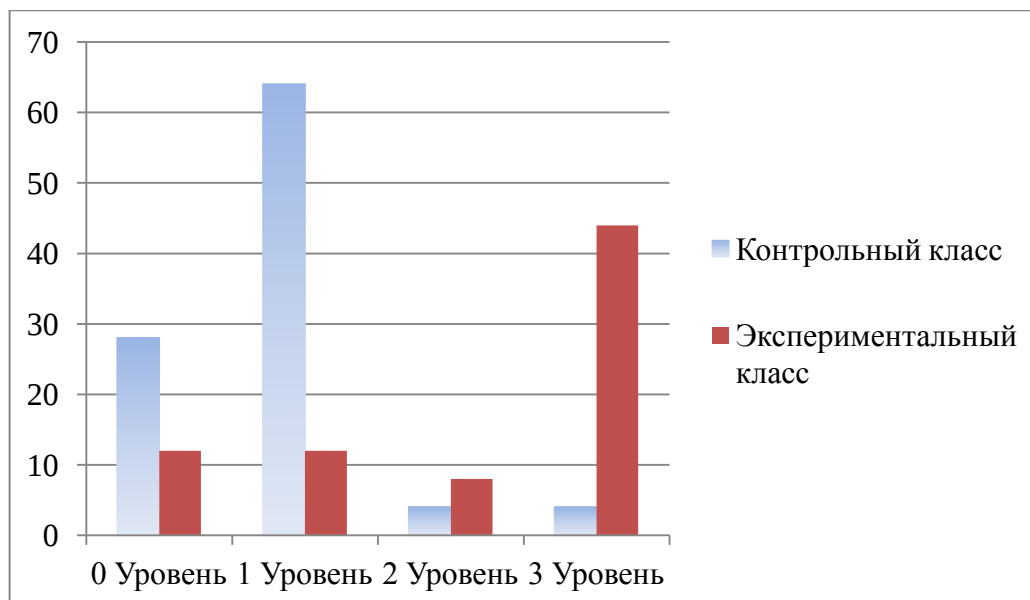


Рисунок 22- Данные учеников контрольного и экспериментального класса

По рисунку 22 мы можем сказать, что в контрольном классе большинство детей находятся на 1 и 0 уровнях, в экспериментальном же большая часть детей перешли на 3 уровень.

Сравним между собой показатели претеста для контрольной и экспериментальной группы при помощи U-критерия Манна-Уитни.

Таблица 17 - Расчет U-критерия Манна-Уитни для данных двух групп

Выборка 1	Ранг 1	Выборка 2	Ранг 2	
1	3	44.5	1	20
2	1	20	1	20
3	3	44.5	1	20
4	3	44.5	1	20
5	2	34	0	5.5
6	0	5.5	1	20
7	0	5.5	1	20
8	1	20	3	44.5
9	3	44.5	0	5.5
10	3	44.5	0	5.5
11	2	34	1	20
12	1	20	0	5.5
14	2	34	1	20
15	2	34	0	5.5
16	3	44.5	1	20
17	3	44.5	1	20
18	3	44.5	1	20
19	2	34	1	20
20	0	5.5	0	5.5
21	2	34	1	20
22	3	44.5	0	5.5
23	2	34	1	20
24	3	44.5	2	34
25	3	44.5	1	20
Суммы:		838		437

В результате получаем эмпирическое значение критерия $U_{\text{Эмп}} = 112$. Сравним данное значение с таблицей критических значений U-критерия Манна-Уитни.

Таблица 18 – Критические значения U-критерия Манна-Уитни

$U_{\text{кр}}$	
$p \leq 0.01$	$p \leq 0.05$
19 2	227

Ось значимости:

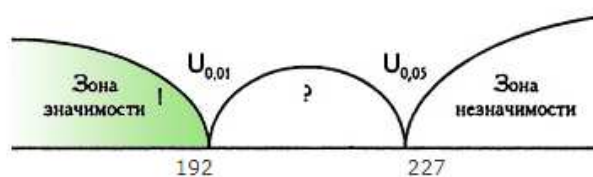


Рисунок 23 – Положение полученного эмпирического значения критерия на оси значимости

Из таблицы 18 и рисунка 23 видно, что полученное эмпирическое значение $U_{\text{Эмп}}$ находится в зоне значимости. Это позволяет нам сделать вывод о том, что различия данных групп на конец эксперимента статистически значимы. Это подтверждает, в экспериментальном классе произошел сдвиг в действии управления изменениями между величинами.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе исследования нами был проведен теоретический анализ подходов к определению понятия «величина», описан феномен чувства собственного усилия.

Понятие «величина» включает в себя два типа отношений. Отношение порядка и отношение часть и целого. Отношение порядка мы совершаем через действие сравнения. Целое и части мы смотрим через увеличение и уменьшение.

Одна из трудностей, которую зафиксировал Б.Д. Эльконин, состоит в том, что дети не связывают сравнение и не представляют его как увеличение и уменьшение. У детей эти два отношения рядоположены.

Мы выделили два способа опосредствования понятия. Один задан В.В. Давыдовым и заложен в программу развивающего обучения. Изучение понятия величина построено на предметных действиях, выполняя которые ребенок открывает существенные отношения между величинами и обозначает их с помощью знака.

В другом подходе к введению понятий, разрабатываемом Б.Д. Элькониным, представлен иной способ опосредствования – опосредствование понятия величины, которое вводится через прочувствование ребенком разницы собственного усилия по изменению величин. Знаковое отношение сначала вводится не на основе предметного действия, а на основе прочувствования отношения между усилиями. И только потом разница между усилиями переводится в разницу между предметами.

Целью нашего исследования было опробование нового способа опосредствования математического понятия «величина» у младших школьников.

Была выдвинута гипотеза: способом формирования понятия «величина» у младших школьников является переход от объективации чувства собственного усилия к действию с отношением (разницей).

Формирующий эксперимент, организованный нами включает три этапа:

На первом этапе дети прочувствовали собственное усилие и отображали его при помощи волны. Затем происходила обратная операция, когда по изображенным волнам выстраивались телесные формы усилия (пропевание, хлопанье, ползание и др.).

На втором этапе в отличие от первого дети не только строили образ собственного усилия, но еще и фиксировали, насколько изменяется их усилие. Здесь появляются метки, которые фиксируют измерение. И наличие меток позволяет перейти к открытию детьми разностного отношения.

На третьем этапе не просто обнаруживается и фиксируется изменение, а дети начинают управлять изменениями разницы между величинами. Задания направлены на поиск и открытие детьми способа, что происходит, если разницы между величинами начинают меняться.

Для того чтобы определить, действительно ли такой способ опосредствования, который включает три этапа, представленных выше, способствует формированию понятия величины мы использовали диагностическую процедуру «Резиночка».

Процедура проводилась в двух группах: контрольной и экспериментальной. Статистический анализ данных, полученных в результате процедуры пре - теста показал, что на входе в эксперимент значимых различий между экспериментальной и контрольной группами обнаружено не было, группы показали схожий уровень освоения понятия «величина».

В экспериментальном классе в течение 5 месяцев проводились занятия по формированию понятия величина. В контрольной группе подобные занятия не проводились.

В мае 2018 г. была снова проведена процедура «Резиночка» в той же контрольной и экспериментальной группе. Статистический анализ по критерию Манна Уитни подтверждает о значимости различий двух групп на конец формирующего эксперимента.

Кроме того, мы дополнительно провели диагностическую процедуру «Эспандер», которая позволила оценить в двух группах действие управление изменениями отношений, после проведенных занятий в экспериментальной группе.

В двух процедурах сдвиг был обнаружен только в экспериментальной группе, что говорит об эффективности использования отражения чувств собственного усилия и действия с отношением (разницей).

Помимо сдвига в уровнях сформированности понятия величина в экспериментальной группе были отмечены следующие эффекты: дети улучшили свои навыки в моделировании, демонстрируют разные способы решения задач в контрольных работах и повысили коммуникационные навыки в групповой работе.

Практическая значимость исследования состоит в том, что разработанные занятия в формирующем эксперименте стали основой для введения в математику курса, который разворачивается в детском саду и в 1 классе.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Бахтин, М. М. Вопросы литературы и эстетики / М. М. Бахтин. - Москва, 1975. – 504 с.
2. Бугрименко, Е. А. Знак и позиция в экспериментально-генетическом методе / Е.А. Бугрименко // Вопросы психологии. - 2004. - №1. - С. 80 – 91.
3. Бугрименко, Е. А. Знаковое опосредствование в процессах формирования и развития / Е. А. Бугрименко, Б. Д. Эльконин // Вестник Московского университета. - 1994. - №4. - С. 27 – 35.
4. Вересов, Н. Н. Экспериментально-генетический метод и психология сознания: в поисках утраченного (статья вторая) // Культурно-историческая психология. - 2015. Т. 11. № 1. С. 117—126.
5. Выготский, Л. С. Динамика умственного развития школьника в связи с обучением / Педагогическая психология. - Москва, 2005. - 671 с.
6. Гальперин, П. Я. Психология мышления и учение о поэтапном формировании умственных действий / П. Я. Гальперин. - Москва, 1966. – С. 99 – 105.
7. Гальперин, П. Я. К анализу теории Ж. Пиаже о развитии детского мышления / П.Я Гальперин, Д. Б. Эльконин // Генетическая психология Ж. Пиаже. - Москва, 1978. – С. 616–620.
8. Гегель сочинения, Том 1. Энциклопедия философских наук. - Москва: Государственное издательство, 1929 - 437 с.
9. Давыдов, В. В. Анализ строения счета как предпосылка построения программы по арифметике / Под ред. В. В. Давыдова, Д. Б. Эльконина / Вопросы психологии учебной деятельности младших школьников. - Москва, 1962. – 288 с.
10. Давыдов, В. В. Виды обобщения в обучении / В. В. Давыдов. - Москва, 1972. – 424 с.

11. Давыдов, В. В. Логико-психологические проблемы начальной математики как учебного предмета / В. В. Давыдов // Возрастные возможности усвоения знаний. - Москва, -1966. – 444 с.
12. Давыдов, В. В. Проблемы развивающего обучения. Опыт теоретического и экспериментального психологического исследования / В. В. Давыдов. – Москва, 2012. - 283 с.
13. Давыдов, В. В. Психолого-педагогические основы построения нового учебного предмета «математика» для начальных классов / В. В. Давыдов. – Москва, 1994. – 264 с.
14. Давыдов, В. В. Теория развивающего обучения / В. В. Давыдов. - Москва 1996. – 544 с.
15. Ермолаев, О. Ю. Математическая статистика для психологов / О. Ю. Ермолаев. – Москва, 2003. – 336 с.
16. Зарецкий, В. К. Эвристический потенциал понятия «зона ближайшего развития» / В. К. Зарецкий // Вопросы психологии. - 2008. – № 6. – С. 13-25.
17. Зарецкий, В. К. Один шаг в обучении - сто шагов в развитии: от идеи к практике / В. К. Зарецкий // Культурно-историческая психология. - 2016. Том 12. - № 3. - С. 149–188.
18. Зарецкий, Ю. В. Субъектная позиция по отношению к учебной деятельности как ресурс развития и предмет исследования / В. К. Зарецкий // Консультативная психология и психотерапия. - 2013. - № 2. - С.110—128.
19. Каган, В. Ф. Очерки по геометрии / В. Ф. Каган. - Москва, 1963. – 571 с.
20. Колмогоров, А. Н. Величина / А. Н. Колмогоров / Большая Советская Энциклопедия. - Москва, 1971. – Т.4. – 244 с.
21. Колмогоров, А. Н. Предисловие / А. Лебег / Об измерении величин. - Москва, 1960. – 206 с.

22. Кравцова, Е. Е. Культурно-исторические основы зоны ближайшего развития/ Е. Е. Кравцова // Психологический журнал. - 2001. - № 4. т. 22. - С. 42—50.
23. Обухова, Л. Ф. Детская психология: теории, факты, проблемы / Л. Ф. Обухова. - Москва, 1995. – 352 с.
24. Обухова, Л. Ф. Концепция Жана Пиаже: за и против / Л. Ф. Обухова. - Москва, 1981. - 191 с.
25. Обухова, Л. Ф. Неоконченные споры: П. Я.Гальперин и Ж. Пиаже / Л. Ф. Обухова // Психологическая наука и образование. - 1996. - №1. - С. 31–41.
26. Обухова, Л. Ф. Этапы развития детского мышления / Л. Ф. Обухова. - Москва, 1972. – 152 с.
27. Обучение математике 1 класс: методическое пособие для учителей трехлетней начальной школы / В. В. Давыдов, С. Ф. Горбов, Г. Г. Микулина, О. В. Савельева. - Москва, 1994. – 128 с.
28. Особенности психического развития детей 6-7 возраста / под ред. Д. Б. Эльконина, А. Л. Венгера. - Москва, 1988. – 140 с.
29. Островерх, О. С. Образно-символическое опосредствование действий по сохранению величины у детей дошкольного возраста: дис. ... канд. психол. Наук: 19.00.13 / Островерх Оксана Семеновна. – Красноярск, 1998. – 156 с. 71
30. Пиаже, Ж. Генезис элементарных логических структур / Ж. Пиаже, Б. Инельдер. – Москва, 1963. – 416 с.
31. Пиаже, Ж. Избранные психологические труды / Ж. Пиаже. - Москва: Просвещение, 1969. - 659 с.
32. Пиаже, Ж. Речь и мышление ребенка / Ж. Пиаже / - Москва, 1994. - 526 с.
33. Подласый, И. П. Педагогика: Учебное пособие / И. П. Подсатый / - Москва: Высшее образование, 2007. - 540 с.

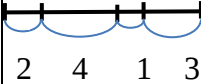
34. Рубинштейн, С. Л. Основы общей психологии /С. Л. Рубинштейн.
- Санкт-Петербург: Питер, 2002. – 720 с.
35. Флейвелл, Дж. Генетическая психология Жана Пиаже / Дж. Флейвелл. - Москва, 1967. – 622 с.
36. Шведовская, А. А. Развитие идей научной школы Л.С. Выготского: научные публикации журнала «Культурно-историческая психология» / А. А. Шведовская // Культурно-историческая психология 2016. - Том 12. № 3. - С. 47–57.
37. Эльконин, Б. Д. Действие как единица развития / Б.Д. Эльконин // Вопросы психологии. - 2004. - № 1. - С. 35 – 49.
38. Эльконин, Б. Д. Опосредствование. Действие. Развитие / Б. Д. Эльконин. - Ижевск: ERGO, 2010. - 280 с.
39. Эльконин, Б. Д. Педагогическая идея развивающего обучения. В кн.: Современность и возраст / Эльконин Б. Д., Архипов Б. А., Остоверх О. С., Свиридова О. И. - Москва: Некоммерческое партнерство «Авторский клуб», 2015. С. 26—28.
40. Эльконин, Б. Д. Психологическое строение понятия величины / Б.Д. Эльконин // Вопросы психологии. -1986. - № 1. - С. 60 – 64.
41. Эльконин, Д. Б. Избранные психологические труды / Б.Д. Эльконин. - Москва, 1989. – 560 с.
42. Эльконин, Б. Д. Психология развития. - Москва: Academia (Академия), 2008. - 143 с.
43. Эльконин, Д. Б. Детская психология / Д. Б. Эльконин ; ред.-сост. Б. Д. Эльконин. - 4-е изд., стереотип. - Москва, 2007. - 384 с.
44. Rubtsov, V.V. V.V. Davydov – the founder of significant scientific school and director of the Psychological Institute. *Psikhologicheskaya nauka i obrazovanie* [Psychological Science and Education], 2015. Vol. 20, no. 3, pp. 182–196.
45. The Results of Research and Practice Session «Theory and Practice of Educational Activity: Tradition and Innovation» in Honor of the 85th Anniversary

of V.Davydov. *Psikhologicheskaya nauka i obrazovanie* / V. V. Rubtsov, V. S. Sobkin, V. T. Kudryavcev, V. S. Lazarev, I. D. Froumin, V. I. Panov, V. K. Vasilev, E. V. Chudinova, V. A. Bolotov, G. A. Tsukerman, N. A. Krasavina. / [Psychological Science and Education], 2015. Vol. 20, no. 3, pp. 197–218.

46. Zabrodin, Yu. M. Modernization of Psychological and Pedagogical Education as a Strategic Guideline of Development Educational Psychologist's Professional Standard. *Psikhologicheskaya nauka i obrazovanie* [Psychological Science and Education], 2014. Vol. 19, no. 3, pp. 58–73.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

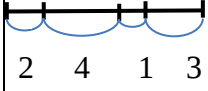
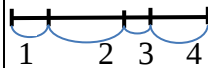
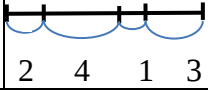
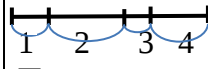
Таблица А – Данные наблюдения в контрольной группе (пре-тест «Резиночка» декабрь 2017г.)

№	Имя	Кол-во баллов за выполнение задания №1	Данные наблюдения	Кол-во баллов за выполнение задания №2	Данные наблюдения	Кол-во баллов за выполнение задания №3	Данные наблюдения
1	Кристина П.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	0	Пытается подобрать полоски в соответствии с размером отрезков.  После демонстрации экспериментатора показывает растяжение следующим образом: 	0	Отказывается от выполнения задания: «я не знаю»

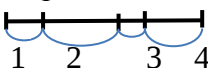
Продолжение приложения А

2	Елизавета Е.	0,5	Выкладывает ряд из 5 полосок разной длины. После помощи экспериментатора убирает одну полоску	0	Подбирает полоски в соответствии с размером отрезков. Экспериментатор: какая полоска была сначала, после 1,2,3, растяжения? показывает растяжение следующим образом: 	0	Смотря на отрезки, обозначавшие разницы, сказала, они значат, что них нет начал и нет конца.
3	Соня. В	0.5	Выкладывает полоски так, что вторая полоска меньше первой, третья больше второй, четвертая больше третьей. После демонстрации справилась с заданием.	0	Подбирает полоски в соответствии с размером отрезков. Экспериментатор: обрати внимание на цифры и на то, что резинка постоянно увеличивалась. Исп выкладывает полоски на рисунок в линию от меньшей к большей.	0	Не ответила на вопрос.
4	Костя А.	0	Взял полоску, измерил длину исходной резинки. Остановился. После предложения экспериментатора использовать несколько полосок, сказал, что ему в голову ничего не приходит	0	Отказался выполнять задание	0	Отказался выполнять задание Отказывается от выполнения задания: «я не знаю»

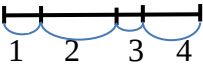
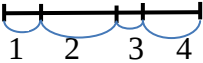
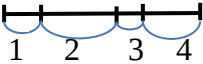
Продолжение приложения А

5	Ника Р.	0	Пытается перенести действия, которые экспериментатор делал с резинкой на полоску. После помощи экспериментатора, говорит, что полоска не растягивается, поэтому задание выполнить нельзя.	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. Экспериментатор: обрати внимание на цифры и на то что, что резинка постоянно увеличивалась. Показывает растяжение следующим образом: 	0	Говорит, что разница указывает на длину полосок. Подбирает полоски по размеру.
6	Даниил Р	0,5	Выкладывает ряд из 5 полосок разной длины. После помощи экспериментатора убирает одну полоску	0	Показывает таким образом:  После повторной демонстрации экспериментатора и указание на цифры, показывает: 	0	Первая разница – это какая была полоска после 1 растяжения; Вторая- после второго растяжения.
7	Вова Я.	0	Выкладывает полоски так, что вторая полоска меньше первой, третья больше второй, четвертая меньше третьей. После демонстрации не исправился	0	Показывает таким образом:  После помощи экспериментатора в своем ответе ничего не меняет.	0	Разницы указывают на линии растяжения. Подбирает полоски по размеру.

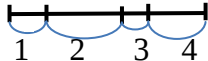
Продолжение приложения А

8	Лиза С	1	Выкладывает ряд из 7 полосок разной длины. После помощи экспериментатора исправляется	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. Экспериментатор: обрати внимание на цифры и на то что, что резинка постоянно увеличивалась. Показала тоже самое.	0	Разницы это длина отрезка. Подбирает полоски по размеру
9	Гордей Я.	0,5	Пытается растянуть полоску. Сказал, что бумага не тянется. После помощи справился с заданием	0	Подбирает полоски в соответствии с размером отрезков. Экспериментатор: какая полоска была сначала, после 1,2,3, растяжения? показывает растяжение следующим образом: 	0	Первая разница показывает, какая резинка была сначала. Полоски подбирает по размеру.
10	Вова Л	1	Выкладывает полоски таким образом: 	0	Говорит, что самый маленький отрезок должен быть в начале. Это задание ловушка, все неправильно.	0	Первая разница – второй раз растянули резинку. Вторая – резинка была такой же, ее не оттягивали
11	Полина С.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	0	Показывает таким образом:  Экспериментатор: какая полоска была сначала, после 1,2,3, растяжения? Показывает также	0	Первая разница – означает от меньшего к большему. От 1 к 2. Подбирает полоски в с размером отрезков.

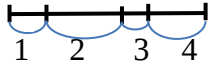
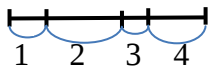
Продолжение приложения А

12	Егор С.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	0	Подбирает полоски в соответствии с размером отрезков. Экспериментатор: какая полоска была сначала, после 1,2,3, растяжения? показывает растяжение следующим образом: 	0	Разница – это метка. Подбирает полоски в соответствии с размером отрезков.
13	Юля К.	0,5	Пытается растянуть полоску. После помощи выложила все имеющиеся полоски в ряд по возрастанию. После повторной демонстрации исправилась.	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. Экспериментатор: обрати внимание на цифры и на то что, что резинка постоянно увеличивалась. Показывает растяжение следующим образом: 	0	Разницв – длина резинки. Подбирает полоски в соответствии с размером отрезков.
14	Саша М.	1	Выкладывает ряд из 4 полосок от меньшей длины к большей.	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. Экспериментатор: обрати внимание на цифры и на то что, что резинка постоянно увеличивалась. Показывает растяжение следующим образом: 	0	Первая разница – это 1 и 2. Вторая – это 2 и 3. Подбирает полоски в соответствии с размером отрезков.

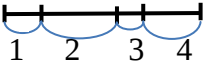
Продолжение приложения А

15	Роман П.	0,5	Пытается растянуть полоску. После помощи выложила 10 полосок в ряд по возрастанию. После повторной демонстрации исправилась.	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации экп-ра Показывает растяжение следующим образом: 	0,5	Разницы – длины отрезка. На полосках показать не может.
16	Матвей П.	0.5	Выкладывает ряд из 3 полосок от большей длины к меньшей. После помощи экспериментатора исправляется.	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации экп-ра Показывает растяжение следующим образом: 		Первая разница – с точки один до точки два.
17	Алена П.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации экп-ра, говорит что в задании все неправильно, решения нет.	0	Это задание с ловушкой, его невозможно выполнить.
18	Таисия К.	0,5	Выкладывает ряд из 5 полосок от большей длины к меньшей. После помощи экспериментатора исправляется	1	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации экп-ра оставляет тоже самое.	0	Первая разница - ее надо поставить в конце. Он самый длинный отрезок.

Продолжение приложения А

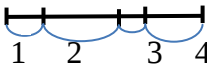
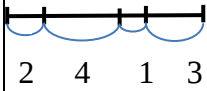
19	Артем К.	1	Выкладывает ряд из 4 полосок от меньшей длины к большей.	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации экп-ра Показывает растяжение следующим образом: 	0	Разница – это одна полоска. Подбирает полоски в соответствии с размером отрезков.
20	Максим И.	0,5	Выкладывает ряд из 12 полосок от большей длины к меньшей. После помощи экспериментатора исправляется.	0	Подбирает полоски в соответствии с размером отрезков. После демонстрации экп-ра оставляет тоже самое.		Первая разница – продолжение отрезка, вторая – половина отрезка. Подбирает полоски в соответствии с размером отрезков.
21	Влад Ч.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	0	Подбирает полоски в соответствии с размером отрезков. После помощи экспериментатора выполняет так: 	0	Разница – это длина отрезка. Подбирает полоски в соответствии с размером отрезков.
22	Матвей Ф.	0,5	Берет полоску большего размера, говорит, что полоска сначала была маленькой (складывает, а потом стала «такой» большой. После помощи экспериментатора выкладывает полоски так: 	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации экп-ра Показывает растяжение следующим образом: 	0	Первая разница – это 1 и 2 см, вторая – 2 и 3. Подбирает полоски в соответствии с размером отрезков.

Окончание приложения А

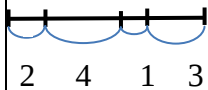
23	Вика П	1	Выкладывает полоски таким образом: 	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации экп-ра Показывает растяжение следующим образом: 	0	Первая разница – это от 1 до 2, вторая – от 2 до 3. Подбирает полоски в соответствии с размером отрезков.
24	Коля К.	0	Берет полосу большого размера и сгибает ее пополам. После этого разгибает назад. После помощи выложил три полоски в ряд. Большая- маленькая- большая.	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации решение не изменил	0	Первая разница – не могу сказать, в нем два см.
25	Камила Г.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации экп-ра Показывает растяжение следующим образом: 	0	Первая разница- резинка, она была маленькой и потом выросла. Вторая разница – и опять к маленькой резинке.

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

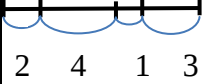
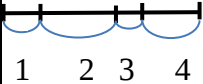
Таблица Б – Данные наблюдения в контрольной группе (пост-тест «Резиночка» май 2018г.)

№	Имя	Кол-во баллов за выполнение задания №1	Данные наблюдения	Кол-во баллов за выполнение задания №2	Данные наблюдения	Кол-во баллов за выполнение задания №3	Данные наблюдения
1	Кристина П.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	0	Выкладывает полоски на рисунок в линию от меньшей к большей. следующим образом: 	0	Вторая разница – вначале резинку растягивали, а потом ее стянули. Подобрал а полоску по размеру.
2	Елизавета Е.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	0	Подбирает полоски в соответствии с размером отрезков. Экспериментатор: какая полоска была сначала, после 1,2,3, растяжения? показывает растяжение следующим образом: 	0	РАЗНИЦА – это маленькая полоска. Подобрал а по размеру.

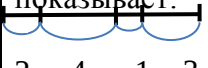
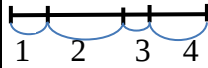
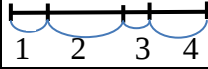
Продолжение приложения Б

3	Соня. В	0.5	Выкладывает одну полосу и к ней прикладывает еще маленькие кусочки полосок в длину. После помощи экспериментатора исправился.	0	Подбирает полоски в соответствии с размером отрезков. Экспериментатор: обрати внимание на цифры и на то, что резинка постоянно увеличивалась. Исп выкладывает полоски на рисунок в линию от меньшей к большей.	0	Не ответила на вопрос.
4	Костя А.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	0	Взял по очереди все полоски и отмерил где у них на рисунке начинается начало и конец.	0	Разница – на сколько полоска растягивалась. Приложил полосу от 0 до 3.
5	Камила Г.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. Экспериментатор: обрати внимание на цифры и на то что, что резинка постоянно увеличивалась. Показывает растяжение следующим образом: 	0	Разница – это от 2 до 3 маленькое расстояние. Подобрала полосу по размеру.

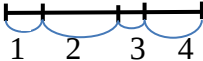
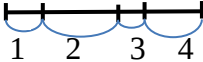
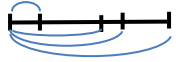
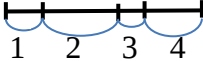
Продолжение приложения Б

6	Даниил Р	0,5	Выкладывает одну полосу и к ней прикладывает еще маленькие кусочки полосок в длину. После помощи экспериментатора исправился.	0	Показывает растяжение следующим образом:  После повторной демонстрации экспериментатора и указание на цифры, показывает: 	0	Первая разница – линия растянутая из резинки, часть растянутой резинки. Подбирает полоски по размеру.
7	Вова Я.	0,5	Выкладывает полоски так, что вторая полоска меньше первой, третья больше второй, четвертая меньше третьей. После демонстрации не исправился	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. После помощи экспериментатора в своем ответе ничего не меняет.	0	Разница – это значит увеличивается на 1. Подбирает полоски по размеру.
8	Лиза С	1	Выкладывает полоски таким образом: 	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. Экспериментатор: обрати внимание на цифры и на то что, что резинка постоянно увеличивалась. Показала тоже самое.	0	Разница это – 1 часть целого. Подбирает полоски по размеру.

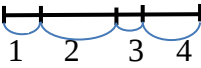
Продолжение приложения Б

9	Гордей Я.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	0	Подбирает полоски в соответствии с размером отрезков. Экспериментатор: какая полоска была сначала, после 1,2,3, растяжения? показывает: 	0	Вторая разница – это вторая полоска, но она у меня не по размеру.
10	Вова Л	1	Выкладывает полоски таким образом: 	0	Первая полоска самая маленькая от 2 до 3, дальше от 0 до 1, от 3-4, от 1 до 2.	0	Вторая разница – это первое растяжение
11	Полина С.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	0	Показывает таким образом:  Экспериментатор: какая полоска была сначала, после 1,2,3, растяжения? Показывает тоже самое.	0	Первая разница – расстояние, промежуток. Полоски подбирает в соответствии с размером.
12	Егор С.	0	Выкладывает три полоски разной длины. После помощи не справился.	0	Подбирает полоски в соответствии с размером отрезков. Экспериментатор: какая полоска была сначала, после 1,2,3, растяжения? показывает растяжение следующим образом: 	0	Вторая разница – это то, что ее растянули на сколько то больше. Полоски подбирает в соответствии с размером.

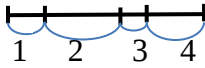
Продолжение приложения Б

13	Максим Ш.	1	Выкладывает ряд из 4 полосок от меньшей длины к большей.	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. Экспериментатор: обрати внимание на цифры и на то что, что резинка постоянно увеличивалась. Показывает: 	0	Разница – это оставшийся отрезок. Подбирает полосу по размеру.
14	Саша М.	1	Выкладывает ряд из 4 полосок от меньшей длины к большей.	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. Экспериментатор: обрати внимание на цифры и на то что, что резинка постоянно увеличивалась. Показывает: 	0	Первая разница – какой была резинка сначала. Подбирает полоски в соответствии с размером отрезков.
15	Роман П.	1	Выкладывает ряд из 4 полосок от меньшей длины к большей.	2	Показывает таким образом: 	0	Разница вторая – обозначает третью полосу. Вопрос экспериментатора: ты же сказал, третья полоска от 0 до 3? Тогда это 5 полоска. Подобрал по размеру.
16	Матвей П.	1	Выкладывает ряд из 4 полосок от меньшей длины к большей.	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации экп-ра Показывает: 		Вторая разница – сколько см надо чтобы измерить полосу.

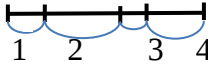
Продолжение приложения Б

17	Алена П.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации экп-ра, говорит что в задании все неправильно, решения нет.	0	Разница – длина полоски.
18	Таисия К.	0,5	Выкладывает одну полоску и к ней прикладывает еще маленькие кусочки полосок в длину. После помощи экспериментатора исправился.	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации экп-ра оставляет тоже самое.	0	Не могу ответить
19	Артем К.	1	Выкладывает ряд из 4 полосок от меньшей длины к большей.	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации экп-ра Показывает растяжение следующим образом: 	0	Разница – это 1 см
20	Влад Ч.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	0	Подбирает полоски в соответствии с размером отрезков. После помощи экспериментатора выполняет так: 	0	Разница – это маленькая часть резинки. Подбирает полоски в соответствии с размером отрезков.

Продолжение приложения Б

21	Матвей Ф.	0,5	Берет полосу большего размера, говорит, что полоска сначала была маленькой (складывает, а потом стала «такой» большой. После помощи экспериментатора выкладывает полоски так: 	0	Первая полоска – от 1 до 2, вторая – от 1 до 3, третья от 1 до 4, четвертая от 0 до 4 т.к. она большая.	0	Я не знаю
22	Вика П	1	Выкладывает полоски таким образом: 	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации экп-ра Показывает растяжение следующим образом: 	0	Разница – самый маленький отрезокПодбирает полоски в соответствии с размером отрезков.
23	Коля К.	0,5	Выкладывает 5 полосок на увеличение. После помощи экспериментатора справился	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации решение не изменил	0	Первая разница – не могу сказать, в нем два см.

Окончание приложения Б

2 4	Иван К	1	Выкладывает полоски таким образом: 	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. Экспериментатор: где 1 растяжение? -от 1 до 2; второе от 2 до 4. А, нет Первое – от 0 до 1, второе от 1 до 2, третье от 2 до 4. А четвертое не знаю	0	Вторая разница – это половина большого отрезка
25	Вероника Р.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации экп-ра Показывает растяжение следующим образом: 	0	Первая разница – длина растягивания резинки. Подбирает полоски в соответствии с размером отрезков.

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Таблица В – Данные наблюдения в контрольной группе (пост-тест «Эспандер» май 2017г.)

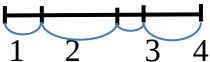
№	Имя	Уровень	Данные наблюдения
1	Кристина П.	1	Натянула и зафиксировала максимальные точки. После помощи не исправилась.
2	Елизавета Е.	1	Натягивает и загибает волну вверх.
3	Соня. В	1	Натянула и зафиксировала максимальные точки. Подсказка: ты показала только 1 точку, попробуй показать всю волну. Решение не изменила.
4	Костя А.	1	Натянул и зафиксировал максимальные точки. Подсказка: ты показала только 1 точку, попробуй показать всю волну. Решение не изменил.
5	Ника Р.	0	Согнула эспандер в виде волны.
6	Даниил Р	0	Поднял веревку вверх, затем отпустил вниз. После помощи не исправился
7	Вова Я.	1	Натянул и зафиксировал максимальные точки. Подсказка: ты показала только 1 точку, попробуй показать всю волну. Решение не изменил.
8	Лиза С	1	Натянула и зафиксировала максимальные точки. После помощи не исправилась.
9	Гордей Я.	3	Натянул эспандер, показав, что волна растет, затем ослабил, продемонстрировав ее спад. Учитывал точки перехода
10	Вова Л	0	Согнул эспандер в виде волны.
11	Полина С.	0	Растянула 2 эспандера с одинаковой силой.
12	Егор С.	1	Натянул и зафиксировал максимальные точки. Подсказка: ты показала только 1 точку, попробуй показать всю волну. Решение не изменил.
13	Камила Г.	0	Согнула эспандер в виде волны.
14	Саша М.	1	Растянул эспандер и зафиксировал в одной точке. После помощи не исправился
15	Роман П.	1	Растягивает эспандер и фиксирует в одной точке Подсказка: волна осталась в этой точке? Растянутую резинку сгибает.
16	Матвей П.	0	Согнул эспандер в виде волны.
17	Алена П.	1	Растянула эспандер и зафиксировала в одной точке. После помощи не исправилась.
18	Таисия К.	1	Растянул эспандер и зафиксировал в одной точке. Подсказка: покажи всю волну Решение не поменяла.
19	Артем К.	1	Растянул эспандер и зафиксировал в одной точке. После помощи не исправился
20	Максим Ш.	1	Растянул эспандер и зафиксировал в одной точке. После помощи не исправился

Окончание приложения В

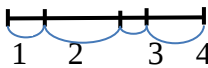
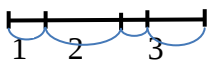
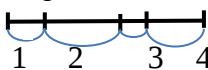
21	Влад Ч.	0	Согнул эспандер в виде волны.
22	Матвей Ф.	1	Растягивает эспандер и фиксирует в одной точке Подсказка: волна осталась в этой точке? Растянутую резинку сгибает.
23	Вика П	0	Согнула эспандер в виде волны.
24	Коля К.	1	Растянул эспандер и зафиксировал в одной точке. После помощи не исправился
25	Иван К	2	Растягивает эспандер и фиксирует в одной точке Подсказка: волна осталась в этой точке? «Одна выше, а другая ниже. Ааа, надо показать как растут, понял!» Натянул эспандер, показав, что волна растёт, затем ослабил, продемонстрировав ее спад. Не учитывал точки перехода
26	Вероника Р.	3	Растягивает эспандер и фиксирует в одной точке Подсказка: волна осталась в этой точке? «Нет, она растёт и унижается» Натянула эспандер, показав, что волна растёт, затем ослабила, продемонстрировав ее спад. Учитывала точки перехода

ПРИЛОЖЕНИЕ Г

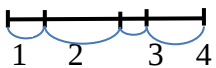
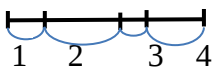
Таблица Г – Данные наблюдения в экспериментальной группе (пре-тест «Резиночка» декабрь 2017г.)

№	Имя	Кол-во баллов за выполнение задания №1	Данные наблюдения	Кол-во баллов за выполнение задания №2	Данные наблюдения	Кол-во баллов за выполнение задания №3	Данные наблюдения
1	Ульяна Г.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	0	Показывает растяжение следующим образом:  После помощи экспериментатора: - по чертежу можно только так.	0	Первая разница-длину, на которую растянул и резинку. Показала вторую полоску.
2	Кирилл Я.	0,5	Выкладывает ряд из 6 полосок от большей длины к меньшей. После помощи экспериментатора исправляется.	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации экп-ра Изменения не вносит	0	Первая разница-резинка не может дальше тянуться. Вторая-начало резинки.

Продолжение приложения Г

3	Даша Ш.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации экп-ра Показывает растяжение следующим образом: 	0	Первая разница-больше всех. Вторая-меньше всех.
4	Ваня Е.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации экп-ра Показывает растяжение следующим образом:  Для последней полоски места нет.	0	Первая разница-резинка увеличилась. Вторая-уменьшилась.
5	Федор Г.	0.5	Выкладывает ряд из 5 полосок от большей длины к меньшей. После помощи экспериментатора исправляется.	0	Показывает растяжение следующим образом:  После помощи эксп решение не поменял	0	Первая разница-второе растягивание. Вторая-третье растягивание.
6	Максим П.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. Экспериментатор: обрати внимание на цифры. Я не знаю, как это сделать.	0	Первая разница-один день, вторая-второй день.

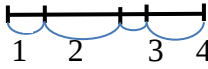
Продолжение приложения Г

7	Даша Ц.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	0	Подбирает полоски в соответствии с размером отрезков, после помощи экспериментатора говорит, что запуталась и не знает, как выполнить это задание.	0	Первая разница-1 час или 2 часа.
8	Миша М.	0,5	Выкладывает ряд из 7 полосок от большей длины к меньшей. После помощи экспериментатора исправляется.	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации экп-ра Показывает растяжение следующим образом: 	0	Я не знаю, как выполнить это задание
9	Тима С.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации экп-ра Показывает растяжение следующим образом: 	0	Первая разница-1дм, вторая-мм

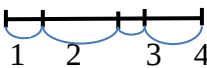
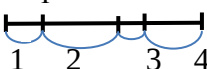
Продолжение приложения Г

10	Маша ф.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации экп-ра Показывает растяжение следующим образом: 	0	Первая разница- линию, когда 2 раз растягивали. Вторая – линию, когда 3 раз растягивали.
11	Вика М.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации экп-ра Изменений не вносит	0	Не знаю, как выполнить задание.
12	Рината М.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации экп-ра Показывает растяжение следующим образом: 	0	Первая разница – сердную полоку, вторая – самую маленькую.
13	Гоша.Б.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации экп-ра Показывает растяжение следующим образом: 	0	Первая разница – часть двух чисел, вторая-часть одного числа

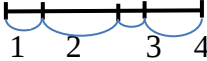
Продолжение приложения Г

14	Данила В.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации экп-ра ничего не изменил.	0	Разницы-какую-то длину полоски. Подбирает полоски по размеру отрезков.
15	Артур Ш.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации экп-ра ничего не изменил.	0	Разницы-какую-то длину полоски. Подбирает полоски по размеру отрезков.
16	Рома П	1	Выкладывает полоски таким образом: 	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации экп-ра ничего не изменил.	0	Разницы – сколько см резинка. Подбирает полоски по размеру отрезков.
17	Вика Р.		Выкладывает полоски таким образом: 	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации экп-ра Показывает растяжение следующим образом: 	0	Молчит
18	Илья Г.	0,5	Выкладывает ряд из всех полосок от большей длины к меньшей. После помощи экспериментатора исправляется.	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации экп-ра ничего не изменил.	0	Я не знаю, как выполнять это задание

Продолжение приложения Г

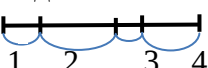
19	Лида П.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации экп-ра Показывает растяжение следующим образом: 	0	Первая разница – второй отрезок по величине, вторая – третий отрезок по величине.
20	Саша Л.	1	Выкладывает ряд из четырех полосок от меньшей длины к большей.	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации экп-ра: странный рисунок, решений нет.	0	Разницы – какой длины должна быть полоска, которую нужно приложить к отрезку
21	Тимур Ш.	0,5	Выкладывает ряд из 3 полосок от большей длины к меньшей. После помощи экспериментатора исправляется.	0	Пытается подобрать полоски в соответствии с размером отрезков. После помощи экспериментатора подбирает полоски в соответствии с размером отрезков.	0	Разницы- часть целого. Подбирает полоски по размеру отрезков.
22	Леня Л.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации экп-ра Показывает растяжение следующим образом: 	0	Я не знаю, как выполнить это задание

Окончание приложения Г

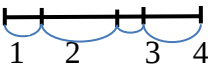
23	Карина А.	0,5	Выкладывает ряд из 8 полосок разной длины. После помощи экспериментатора выкладывает ряд из 4 полосок.	1	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации экп-ра Показывает растяжение следующим образом: 	0	я не знаю, как его выполнить
24	Сева Б	1	Выкладывает ряд из 4 полосок от меньшей длины к большей.	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. Полоски не подходят, они большие.	0	я не знаю, как его выполнить
25	Полина И	1	Выкладывает ряд из 4 полосок от меньшей длины к большей.	0	Подбирает полоски по порядку 0-1, 1-2, 2-3, 3-4. После помощи экспериментатора: где на рисунке показано, какая резинка была сначала, после 1 растяжения, 2...? 0-1, 1-2, 2-2.5, 2,5-4	0	Не знаю как решить

ПРИЛОЖЕНИЕ Д

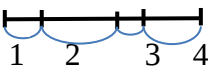
Таблица Д – Данные наблюдения в экспериментальной группе (пост-тест «Резиночка» май 2018г.)

№	Имя	Кол-во баллов за выполнение задания №1	Данные наблюдения	Кол-во баллов за выполнение задания №2	Данные наблюдения	Кол-во баллов за выполнение задания №3	Данные наблюдения
1	Ульяна Г.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	1	Первая полоска (2-3), вторая (0-1), третья (3-4), четвертая (1-2) Экспериментатор: обратил внимание на цифры и что резинка увеличивается все время. Получилось	1	Разница – на сколько резинка растянулась.
2	Кирилл Я.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	1	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации экп-ра исправляется	0	Первая разница-резинка не может дальше тянуться. Вторая-начало резинки.
3	Даша Ш.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	1	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации экп-ра справилась с заданием. 	0	Разница – ее растянули на столько то. Полоску в соответствии с размером прикладывает.

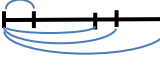
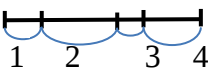
Продолжение приложения Д

4	Ваня Е.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	1	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации экп-ра справляется с заданием	0,5	Разница – увеличение резинки. Полоску по размеру прикладывает. Эксп-р: как ты узнал, что именно на столько увеличилась? Показал разницу на двух полосках
5	Федор Г.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	1	Показывает растяжение следующим образом:  После помощи экп исправился	0	Разница – на сколько растянули. Подобрал по размеру
6	Максим П.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	1	Первая полоска (2-3), вторая (0-1), третья (3-4), четвертая (1-2) Экспериментатор: обрати внимание на цифры и что резинка увеличивается все время. Получилось	0	Разница – промежуток, между тем как тянули. Подобрал по размеру полоску.
7	Даша Ц.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	1	Подбирает полоски в соответствии с размером отрезков, после помощи экспериментатора справилась	0	Первая разница-1 час или 2 часа.
8	Леня А	1	Выкладывает полоски таким образом: 	1	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации экп-ра исправляется	0	Разница-часть того, как резинка тянулась

Продолжение приложения Д

9	Тима С.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	1	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации экп-ра исправляется	0	Разница- это третья полоска
10	Маша ф.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	1	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации экп-ра исправляется	0,5	Разница – между 2 и 3 растяжением расстояние. Подобрала по размеру, после помощи исправилась
11	Вика М.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	2	Показывает таким образом: 	1	Разница- нас сколько резинка выросла.
12	Рината М.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации экп-ра Показывает растяжение следующим образом: 	0	Первая разница – серднюю полоку, вторая – самую маленькую.
13	Гоша.Б.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	2	Показывает таким образом: 	1	Справился с заданием
14	Данила В.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	1	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации экп-ра исправился.	0	Разница – когда растягивалась резинка. По размеру подобрал полоску.

Продолжение приложения Д

15	Артур Ш.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации экп-ра ничего не изменил.	0	Разница-резинка стала меньше
16	Роман П.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	2	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации экп-ра исправился	0	Разницы – сколько см резинка. Подбирает полоски по размеру отрезков.
17	Вика Р.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	2	Показывает таким образом: 	1	Разница-на сколько становится больше. Показала с помощью двух полосок
18	Илья Г.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации экп-ра ничего не изменил.	0	Разница – начало резинки
19	Лида П.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	0	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации экп-ра Показывает растяжение следующим образом: 	0	Первая разница – второй отрезок по величине, вторая – третий отрезок по величине.

Продолжение приложения Д

20	Саша Л.	1	Выкладывает ряд из четырех полосок от меньшей длины к большей.	2	Показывает таким образом: 	0	Разницы – какой длины должна быть полоска, которую нужно приложить к отрезку
21	Тимур Ш.	1	Выкладывает ряд из 4 полосок от большей длины к меньшей.	0	Пытается подобрать полоски в соответствии с размером отрезков. После помощи экспериментатора подбирает полоски в соответствии с размером отрезков.	0	Разницы- часть целого. Подбирает полоски по размеру отрезков.
22	Леня Л.	1	Выкладывает полоски таким образом: 	2	Показывает таким образом: 	0.5	Справился с помощью эксп-ра
23	Карина А.	1	Выкладывает ряд из 4 полосок от меньшей длины к большей.	1	Подбирает полоски в соответствии с размером. После демонстрации экп-ра исправляется	0	я не знаю, как его выполнить
24	Сева Б	1	Выкладывает ряд из 4 полосок от меньшей длины к большей.	1	Подбирает полоски в соответствии с размером. После помощи исправляется	0	я не знаю, как его выполнить

Окончание приложения Д

25	Полина И	1	Выкладывает ряд из 4 полосок от меньшей длины к большей.	0	Подбирает полоски по порядку 0-1, 1-2, 2-3, 3-4. После помощи экспериментатора: где на рисунке показано, какая резинка была сначала, после 1 растяжения, 2...? 0-1, 1-2, 2-2.5, 2.5- 4	0	Разница от 2 до 3 – это третья полоска
----	-------------	---	---	---	--	---	---

ПРИЛОЖЕНИЕ Е

Таблица Е – Данные наблюдения в экспериментальной группе (пост-тест «Эспандер» май 2018г.)

№	Имя	Уровень	Данные наблюдения
1	Ульяна Г.	3	Испытуемый показывает процесс роста волны, учитывая точки перехода
2	Кирилл Я.	1	Испытуемый фиксирует только максимальные точки высоты волны показывает отношение между двумя волнами по высоте
3	Даша Ш.	3	Испытуемый показывает процесс роста волны, учитывая точки перехода
4	Ваня Е.	3	Испытуемый показывает процесс роста волны, учитывая точки перехода
5	Федор Г.	2	Испытуемый показывает процесс роста волны, не учитывая точки перехода (одна волна уже снижается, другая еще растет)
6	Максим П.	0	Испытуемый выполняет задание на уровне замещения (сгибает веревку эспандера)
7	Даша Ц.	0	Испытуемый выполняет задание на уровне замещения (сгибает веревку эспандера)
8	Леня А	1	Испытуемый фиксирует только максимальные точки высоты волны показывает отношение между двумя волнами по высоте
9	Тима С.	3	Испытуемый показывает процесс роста волны, учитывая точки перехода
10	Маша ф.	3	Испытуемый показывает процесс роста волны, учитывая точки перехода
11	Вика М.	2	Испытуемый показывает процесс роста волны, не учитывая точки перехода (одна волна уже снижается, другая еще растет)
12	Рината М.	1	Испытуемый фиксирует только максимальные точки высоты волны показывает отношение между двумя волнами по высоте
13	Гоша.Б.	2	Испытуемый показывает процесс роста волны, не учитывая точки перехода (одна волна уже снижается, другая еще растет)
14	Данила В.	2	Испытуемый показывает процесс роста волны, не учитывая точки перехода (одна волна уже снижается, другая еще растет)
15	Артур Ш.	2	Испытуемый показывает процесс роста волны, не учитывая точки перехода (одна волна уже снижается, другая еще растет)
16	Рома П	3	Испытуемый показывает процесс роста волны, учитывая точки перехода
17	Вика Р.	3	Испытуемый показывает процесс роста волны, учитывая точки перехода

Окончание приложения Е

18	Илья Г.	3	Испытуемый показывает процесс роста волны, учитывая точки перехода
19	Лида П.	2	Испытуемый показывает процесс роста волны, не учитывая точки перехода (одна волна уже снижается, другая еще растет)
20	Саша Л.	0	Испытуемый выполняет задание на уровне замещения (сгибает веревку эспандера)
21	Тимур Ш.	2	Испытуемый показывает процесс роста волны, не учитывая точки перехода (одна волна уже снижается, другая еще растет)
22	Леня Л.	3	Испытуемый показывает процесс роста волны, учитывая точки перехода
23	Карина А.	2	Испытуемый показывает процесс роста волны, не учитывая точки перехода (одна волна уже снижается, другая еще растет)
24	Сева Б	3	Испытуемый показывает процесс роста волны, учитывая точки перехода
25	Полина И	3	Испытуемый показывает процесс роста волны, учитывая точки перехода

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт педагогики, психологии и социологии
Кафедра психологии развития и консультирования

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

Е.Ю. Федоренко

«25» 06 2018г.

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

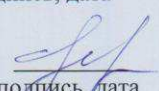
Механизм опосредствования понятия величины у младших школьников

37.04.01 Психология

37.04.01.02 Психология развития

Научный руководитель  -доцент каф., канд. псих. наук О.С. Островерх
подпись, дата

Выпускник


подпись, дата

Е.В. Федоткина

Рецензент


подпись, дата

зам.директора МАОУ
«КУТ №1 – Универс»

Т.В. Аванова

Красноярск 2018