

DOI: 10.17516/1999-494X-0311

УДК 629.124: 681.883

Vibration Parameters Study of Ship Structures Using Wavelet Analysis of Vibrogram

Pavel A. Starodubtsev*,
Grigory V. Dorofeev and Andrey O. Lipovetskiy
Pacific Higher Naval School named after S. O. Makarov
Vladivostok, Russian Federation

Received 18.02.2021, received in revised form 28.03.2021, accepted 21.04.2021

Abstract. The study of the vibration parameters of ship structures is important for developing measures to ensure their reliable operation on ships. The commonly used analysis of vibrograms using the Continuous Fourier Transform (CFT) to accurately represent non-stationary functions in general and noise source signals in particular is unsuitable due to a number of drawbacks. The problems of spectral analysis and time-limited signal synthesis can be partially solved by switching to the Window Fourier Transform (WFT). The disadvantage of the WFT is that its calculation uses a fixed window, which cannot be adapted to the local properties of the signal. In order to get rid of this shortcoming for the analysis of vibrogram you can use wavelet transform. It also solves a number of other problems related to the processing of a noise signal. The word “wavelet” means small waves following each other (some sources have introduced the concept of “splash”). In a narrow sense, wavelets are a family of functions obtained by scaling and shifting a single, parent function. In a broad sense, wavelets are functions with frequency localization, whose average value is zero. The article shows the signs of a wavelet. Examples of the most common wavelet functions are given. The use of wavelet functions is proposed not only on the basis of time, but also frequency transformations. The implementation of the algorithm for analyzing vibration measurement data is proposed. An example of vibration measurement data and the results of their processing based on frequency wavelet analysis are given.

Keywords: vibration, Fourier Transform, wavelet functions, time wavelet analysis, frequency wavelet analysis, spectral characteristics of vibration displacements.

Citation: Starodubtsev P.A., Dorofeev G.V., Lipovetskiy A.O. Vibration parameters study of ship structures using wavelet analysis of vibrogram, J. Sib. Fed. Univ. Eng. & Technol., 2021, 14(3), 292–305. DOI: 10.17516/1999-494X-0311

Исследование параметров вибрации судовых конструкций вейвлет-анализом виброграмм

П. А. Стародубцев, Г. В. Дорофеев, А. О. Липовецкий
*Тихоокеанское высшее военно-морское училище
им. С. О. Макарова
Российская Федерация, Владивосток*

Аннотация. Исследование параметров вибрации судовых конструкций важно с точки зрения выработки мер обеспечения их надежной работы на судах. Используемый обычно анализ виброграмм с применением непрерывного преобразования Фурье (НПФ) для точного представления нестационарных функций вообще и сигналов шумовых источников в частности непригоден ввиду ряда недостатков. Недостатки спектрального анализа и синтеза определенных во времени функций можно частью устранить оконным преобразованием Фурье (ОПФ). ОПФ использует в своей основе статичное окно, которое нивелирует локальные свойства сигнала, что в свою очередь является обратной стороной данного метода. Предлагается применять вейвлет-преобразование при анализе виброграмм, это позволит рассматривать все неоднородности и особенности интересующих участков сигнала. Вейвлеты – это набор производных функций от оригинальной функции с изменением ее масштаба и сдвига. В глобальном понимании это функции, ограниченные по частоте, с результирующим средним значением, равным нулю. В статье приведены признаки вейвлета. Представлены примеры наиболее распространенных вейвлет-функций. Предложено использование вейвлетных функций на базе не только временных, но и частотных преобразований. Предложена реализация алгоритма анализа данных виброизмерений. Приведен пример данных виброизмерений и результаты их обработки на базе частотного вейвлет-анализа.

Ключевые слова: вибрация, преобразование Фурье, вейвлет-функции, временной вейвлет-анализ, частотный вейвлет-анализ, спектральные характеристики виброперемещений.

Цитирование: Стародубцев, П. А. Исследование параметров вибрации судовых конструкций вейвлет-анализом виброграмм / П. А. Стародубцев, Г. В. Дорофеев, А. О. Липовецкий // Журн. Сиб. федер. ун- та. Техника и технологии, 2021, 14(3). С. 292–305. DOI: 10.17516/1999-494X-0311

Рамовые подшипники являются одним из наиболее уязвимых в эксплуатации узлов судового дизеля. Из факторов, влияющих на надежность их работы, следует особо выделить вибрацию фундаментной рамы [1]. Судовые конструкции подвержены значительной вибрации, особенно при следовании судна в балласте [2]. Для оценки возможности конструкции противостоять повреждениям следует проводить измерения их вибрации элементов корпуса и судовых дизелей с последующей расшифровкой и анализом полученных виброграмм.

Обычно такой анализ выполняется с использованием непрерывного преобразования Фурье (НПФ). НПФ позволяет раскладывать непрерывный сигнал в функции синусоид с разными фазами и всевозможными частотами. Коэффициенты НПФ вычисляются через скалярное произведение значений функции виброграммы с комплексными экспонентами [3]:

$$F(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\Omega t} dt, \quad (1)$$

где $f(t)$ – функция виброграммы; $F(\Omega)$ – НПФ виброграммы.

При анализе изменяющихся функций с использованием НПФ нельзя сделать объективные выводы в силу его следующих недостатков:

- использование в качестве основы синусоиды не позволяет правильно отобразить такие сигналы, как прямоугольные импульсы, всплески;
- разрывы и пики на виброграмме вызывают очень малое изменение ее частотного отображения, а это в свою очередь затрудняет их отыскание;
- анализ виброграмм выполняется на интервале времени от $-\infty$ до $+\infty$, что в свою очередь не позволяет нам объективно рассмотреть и дать оценку реальному сигналу;
- при необходимости ограничения количества гармоник колебаний появляется эффект Гиббса (всплески и волнистость в «выпадающих точках» ряда Фурье);
- итог разложения в ряд Фурье – гармоническое колебание со статичными параметрами, не изменяющимися по времени;
- для правильного представления участков с резкими перепадами необходимо многократное увеличение числа гармоник, что в свою очередь искажает форму исходного сигнала «до» и «после» этого участка.

Часть недостатков спектрального анализа и синтеза виброграмм можно решить использованием оконного преобразования Фурье (ОПФ)

$$F(\Omega, b) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)w(t-b)e^{-j\Omega t} dt. \quad (2)$$

Для этого функцию сигнала в формуле (1) умножают на «окно» (window). Окно $w(t-b)$ представляет собой местную функцию, перемещающуюся вдоль оси времени с целью вычисления НПФ в нескольких точках b . Таким образом, появляется зависимость преобразования от времени. Исходя из чего получаем частотно-временное описание данного сигнала.

В основе ОПФ используется «окно» со статичными параметрами, что не дает возможности «подстроить» это окно к местным свойствам сигнала.

Для того чтобы избавиться от этого недостатка, для анализа виброграмм можно использовать вейвлет-преобразование. Оно решает и ряд других проблем, связанных с обработкой шумового сигнала [4].

Что такое фрактальный вейвлет-анализ

Вейвлеты – это набор производных функций от оригинальной функции с изменением ее масштаба и сдвига. В глобальном понимании – это функции, ограниченные по частоте, с результирующим средним значением, равным нулю.

Вейвлет-преобразование одномерного сигнала – это его представление в виде обобщенного интеграла Фурье по системе базисных (ортогональных) функций [7]:

$$\psi_{ab}(t) = |a|^{-1/2} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right). \quad (3)$$

Они образуются из *материнского* (порождающего) вейвлета $\psi(t)$ за счет сдвига во времени на величину b и изменения масштаба времени на величину a . Множитель $|a|^{-1/2}$ обеспечивает независимость нормальности этих функций от масштабируемого числа a . Для заданных значе-

ний параметров a и b функция $\psi_{ab}(t)$ и есть вейвлет, порождаемый материнским вейвлетом $\psi(t)$.

Непрерывное вейвлет-преобразование, или диадное вейвлет-преобразование

Создадим базисную функцию $\psi_{ab}(t)$ путем непрерывных масштабных преобразований и переносов материнской вейвлет-функции $\psi(t)$ со случайными значениями параметров a и b в формуле (3). Тогда прямое вейвлет-преобразование функции $f(t)$ можно представить следующим образом:

$$W_f(a, b) = |a|^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt. \quad (4)$$

Если для материнской вейвлет-функции $\psi(t)$ выполняется равенство $C_\psi = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\Psi(\Omega)|^2}{\Omega} d\Omega < \infty$, то возможно обратное преобразование:

$$f(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W_f(a, b) \psi_{ab}(t) \frac{da db}{a^2}, \quad (5)$$

где $\Psi(\Omega)$ – преобразование Фурье-функции $\psi(t)$.

Как видно из уравнения (4), вейвлет-спектр $W_f(a, b)$ – функция двух аргументов: первый аргумент a (масштаб времени) – аналог периода колебаний, т. е. является обратной частоте, а второй аргумент b – аналог сдвига сигнала по оси времени. Функция $W_f(a_0, b)$ характеризует зависимость от времени при определенном значении $a = a_0$; зависимость $W_f(a, b_0)$ можно представить как зависимость от частоты колебаний при определенном значении $b = b_0$.

Для постоянного изменения аргументов a и b при вычислении вейвлет-спектра необходимы большие затраты во времени и вычислительных мощностях. Чтобы сократить затраты, следует дискретизировать параметры a и b с возможностью реконструирования сигнала после всех преобразований. Дискретизация чаще всего проводится через степени двойки:

$$a = 2^j, b = k2^j, \psi_{jk}(t) = a^{-1/2} \psi \left(\frac{t-b}{a} \right) = 2^{-j/2} \psi(2^{-j}t - k), \quad (6)$$

где j и k – любые целые числа; j – параметр масштаба.

Здесь вычисляются сдвиги и масштабирования базисной функции согласно некоторой дискретной сетке (чаще всего логарифмической), что уменьшает масштабы расчетов. При этом если функция не имеет разрывов, будет неуместным называть это преобразование дискретным. Такое преобразование называют *диадным вейвлет-преобразованием*. Оно имеет прямой и обратный вид, представленный формулами (7) и (8) соответственно:

$$d_{jk} = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi_{jk}^*(t) dt, \quad (7)$$

$$f(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} d_{jk} \psi_{jk}(t). \quad (8)$$

Признаки вейвлета

1. Ограниченность. Квадрат среднего значения функции должен быть конечным:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(t)|^2 dt < \infty.$$

2. Локализация. Вейвлет-преобразование в отличие от преобразования Фурье использует ограниченные основные функции. Вейвлет должен быть ограничен по времени и по частоте. Для этого необходимо выполнение следующих условий:

$$|\psi(t)| \leq C(1 + |t|)^{-1-\varepsilon}, \quad |\Psi(\Omega)| \leq C(1 + |\Omega|)^{-1-\varepsilon}, \quad \text{при } \varepsilon > 0.$$

Например, дельта-функция и гармоническая функция не удовлетворяют необходимому условию одновременного ограничения во временной и частотной областях.

3. Автомодельность базиса. Характерным признаком первоосновы вейвлет-преобразования является его самоподобие (первый признак фрактальности). Все вейвлеты данного семейства $\psi_{ab}(t)$ имеют то же число колебаний, что и материнский вейвлет $\psi(t)$, поскольку получены из него посредством масштабных преобразований и сдвигов.

4. Нулевое среднее. График вейвлет-функции должен изменяться по оси времени (быть знакопеременным) вокруг нулевого значения так, чтобы площадь описываемой фигуры была равна нулю:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0.$$

Часто для приложений необходимо, чтобы не только нулевой, но первые n моментов были равны нулю:

$$\int_{-\infty}^{\infty} t^n \psi(t) dt = 0.$$

Такой вейвлет называется вейвлетом n -го порядка. Обладающие большим числом нулевых моментов вейвлеты позволяют анализировать мелкомасштабные всплески высокого порядка.

Материнские вейвлеты и их виды

Вейвлет-преобразование – это скалярное произведение анализирующего вейвлета в заданном масштабе и анализируемого сигнала. Вейвлет-коэффициенты $W_f(a, b)$ содержат комбинированную информацию об анализирующем вейвлете и анализируемом сигнале (как и коэффициенты преобразования Фурье, которые содержат информацию о сигнале и о синусоидальной волне).

Подбор анализирующего вейвлета индивидуален и зависит от информации, которую надо преобразовать из сигнала. Каждый вейвлет содержит в себе определенные особенности применения во временной и частотной областях. Тем самым, используя разные вейвлеты, можно выделить более широкий спектр свойств изучаемого сигнала.

Примеры наиболее распространенных вейвлет-функций приведены в табл. 1. Наиболее используемые вещественные основы конструируются на производных функции Гаусса:

$$\psi(t) = e^{-t^2/2}.$$

Это объясняется тем, что функция Гаусса имеет наилучшие показатели локализации как во временной, так и в частотной области. При значении $n = 1$ образуется вейвлет первого по-

рядка, называемый WAVE-вейвлетом с нулевым моментом, равным нулю. При значении $n = 2$ образуется МНАТ-вейвлет («мексиканская шляпа»). У него нулевой и первый моменты равны нулю. Он имеет лучшее разрешение, чем WAVE-вейвлет.

Наиболее простой пример *дискретного* вейвлета – это вейвлет Хаара. Недостатком его является несимметричность формы и резкие границы во временной области, вследствие чего возникает бесконечное чередование «лепестков» в частотной области.

Среди *комплексных* вейвлетов наиболее часто используется основа на хорошо определенном во временной и частотной областях вейвлете Морле. Характеризующий параметр ω_0 позволяет изменять избирательность основы.

Все вышепредставленные вейвлеты описывают в аналитически явном виде. Однако большинство вейвлет-функций не имеет аналитического описания в виде одной формулы, а задаются итерационными выражениями, легко вычисляемыми компьютерами. Примером таких вейвлетов являются функции Добеши (Daubechies) [4, 5].

Использование какого-то конкретного материнского вейвлета обуславливается типом и характером интересующей нас информации и конкретной изучаемой функцией. Разным функциям подходят разные способы. Информативность и удобство анализа зависит от простоты получаемого разложения. Немалую роль при этом играет личный опыт и квалификация оператора.

Таблица 1. Примеры вейвлетообразующих функций $\psi(t)$

Table 1. Examples of wavelet-forming functions $\psi(t)$

Наименование вейвлета	Аналитическая запись $\psi(t)$	Спектральная плотность $\Psi(\Omega)$
Вещественные непрерывные основы		
Гауссовы: – первого порядка, или WAVE-вейвлет, – второго порядка, или МНАТ-вейвлет «мексиканская шляпа» – <i>mexican hat</i> , – n -го порядка	$-te^{-t^2/2}$ $(1-t^2)t^{-t^2}$ $(-1)^n \frac{d^n}{dt^n} (e^{-t^2/2})$	$(i\Omega)\sqrt{2\pi}e^{-\Omega^2/2}$ $(i\Omega)^2\sqrt{2\pi}e^{-\Omega^2/2}$ $(-1)^n (i\Omega)^n \sqrt{2\pi}e^{-\Omega^2/2}$
DOG-difference of gaussians	$e^{-t^2/2} - 0,5e^{-t^2/8}$	$\sqrt{2\pi}(e^{-\Omega^2/2} - 0,5e^{-2\Omega^2})$
LP-Littlewood & Paley	$(\pi)^{-1}[\sin(2\pi t) - \sin(\pi t)]$	$\begin{cases} (2\pi)^{-1/2}, \pi \leq \Omega \leq 2\pi \\ 0, \text{ иначе} \end{cases}$
Вещественные дискретные основы		
Вейвлет Хаара (Haar)	$\begin{cases} 1, 0 \leq t \leq 1/2 \\ -1, 1/2 \leq t < 1 \\ 0, \text{ иначе} \end{cases}$	$\Psi(\Omega) = t \frac{\sin^2(\Omega/4)}{\Omega/4} e^{i\Omega/2}$
Комплексные основы		
Морле (Morle)	$e^{i\Omega_0 t} \cdot e^{-t^2/2}$	$\sigma(\Omega)\sqrt{2\pi}e^{-(\Omega-\Omega_0)^2/2}$
Пауля (Paul)	$\Gamma(n+1) \frac{i^n}{(1-n)^{n+1}}$	$\sigma(\Omega)\sqrt{2\pi}\Omega^n e^{-\Omega}$

Фрактальный вейвлет-анализ и его свойства

Прямое фрактальное вейвлет-преобразование (4) содержит совокупную информацию об анализирующем вейвлете и анализируемой функции. Также вейвлет-преобразование дает возможность выделить объективную информацию о функции, потому что перечисленные ниже свойства вейвлет-преобразования автономны относительно выбора анализирующего вейвлета. Свойства вейвлет-преобразования:

1. Изменение масштаба. Сжатие или растяжение функции приводит также к сжатию или растяжению ее вейвлет-преобразования $W_f(a, b)$:

$$W[f(t/a_0)] = \frac{1}{a_0} W_f\left[\frac{a}{a_0}, \frac{b}{b_0}\right].$$

2. Линейность. Это свойство вытекает из скалярного произведения (4):

$$W[\alpha f_1(t) + \beta f_2(t)] = \alpha W_{f_1}(a, b) + \beta W_{f_2}(a, b).$$

3. Дифференцируемость.

$$W[d_t^n f(t)] = (-1)^n \int_{-\infty}^{\infty} f(t) d_t^n [w_{a,b}(t)] dt,$$

где $d_t^n f(t) = d^n f(t)/dt^n$, $n \geq 1$.

Из этого следует, что проигнорировать, например, крупномасштабные составляющие и проанализировать особенности высокого порядка или мелкомасштабные вариации сигнала $f(t)$ можно дифференцированием нужного числа раз либо вейвлет-преобразования, либо перво-родной функции.

4. Сдвиг. Сдвиг вейвлет-преобразования на величину b_0 происходит из-за смещения функции во времени на b_0 :

$$W[f(t - b_0)] = W_f(a, b - b_0).$$

5. Масштабно-временная локализация. Она обеспечивается подвижностью частотно-временного «окна», основанной на локальных элементах базиса вейвлет-преобразования.

Благодаря изменению масштаба (увеличение a приводит к сужению спектра Фурье-функции $w_{a,b}(t)$) вейвлеты способны выявлять различие в характеристиках на разных шкалах (частотах), а благодаря сдвигу проанализировать свойства сигнала в разных точках – на всем исследуемом интервале. Поэтому при анализе нестационарных функций благодаря свойству локальности фрактальных вейвлетов получают существенное преимущество перед преобразованием Фурье, которое дает только глобальные сведения о частотах (масштабах) анализируемой функции, так как используемая при этом система функций (комплексная экспонента или синусы и косинусы) определена на бесконечном интервале.

Поэтому многие исследователи именуют вейвлет-анализ «математическим микроскопом». Данное «прозвище» раскрывает весь математический смысл и свойства метода: высокое разрешение на разных масштабах. Аргумент b , отвечающий за сдвиг, выделяет участок фокусировки «микроскопа», а аргумент a , масштабный коэффициент, «обеспечивает» увеличение. «Оптическое качество микроскопа» определяет выбор материнского вейвлета $\psi(t)$.

Дискретное вейвлет-преобразование (ДВП)

Основой опубликованного материала по практическому использованию вейвлет-преобразования являются результаты компьютерных расчетов, в базе которых использовано дискретное вейвлет-преобразование. Причем дискретизируются по времени не только параметры a и b , но и функции.

Вейвлет-коэффициенты ДВП можно вычислить с помощью итерационной процедуры, известной под названием *быстрого вейвлет-преобразования (БВП)*, алгоритм которого будет рассмотрен ниже. В то же время есть возможность сократить полученные данные, удалив некоторую ненужную часть информации, закодированную таким образом. Реализуется это через квантование – распределение разных весовых множителей различным вейвлет-коэффициентам. Грамотно проведенная операция позволяет не только нивелировать некоторые статистические изменения, повысить вес динамических характеристик сигнала, но и кратно сократить необходимые для вычисления компьютерные мощности (память, быстродействие) и требования к передаче результатов.

Быстрое вейвлет-преобразование

При исследовании функций целесообразно представить их в виде совокупности последовательных приближений грубой (аппроксимирующей) $A_{j_0}(t)$ и уточненной (детализирующей) $D_j(t)$ составляющих с последующим их уточнением итерационным методом:

$$f(t) = A_{j_0}(t) + \sum_{j=1}^{j_0} D_j(t). \quad (9)$$

Каждый шаг уточнения соответствует определенному масштабу, т. е. уровню j_0 анализа (декомпозиции) и синтеза (реконструкции) функции. Такое представление каждой составляющей сигнала вейвлетами можно рассматривать как во временной, так и в частотной области. В этом суть *кратномасштабного анализа (КМА)*. Ниже изложено описание КМА для непрерывных шумовых сигналов.

В большинстве случаев на практике сталкиваются с использованием дискретного вейвлет-преобразования. Однако простой дискретизацией формул диадного вейвлет-преобразования для непрерывных сигналов нельзя вывести формулы для вейвлет-преобразования дискретных сигналов. Их получают из предпосылок КМА следующим образом.

Пусть имеется непрерывный сигнал $f(t) \in V_0$. Дискретный сигнал представим как последовательность коэффициентов a_{0_k} , полученную в ходе КМА сигнала $f(t)$ при функциях масштаба w_{0_k} :

$$f(t) = A_0(t) = \sum a_{0_k} u_{0_k}(t), \quad (10)$$

$$a_{0_k} = \langle f(t), u_{0_k}(t) \rangle = \int f(t) u_{0_k}(t) dt,$$

где a_{0_k} – коэффициенты аппроксимации на уровне j_0 .

По концепции КМА сигнал $f(t)$ разлагается на две составляющие (принадлежащие подпространствам V_1 и W_1):

$$f(t) = A_1(t) + D_1(t) = \sum_k a_{1_k} u_{1_k}(t) + \sum_k d_{1_k} u_{1_k}(t). \quad (11)$$

Следовательно, получены две новые последовательности a_{1k} и d_{1k} . Важно отметить, что эти последовательности имеют половинную длину по сравнению с a_{0k} . Далее процесс декомпозиции может быть продолжен по $A_1(t)$ (подпространства V_2 и W_2). Сигнал $f(t)$ на уровне разложения j_0 будет представлен совокупностью коэффициентов a_{j_0k} и d_{j_0k} .

Однако вычисления значений a_{j_0k} и d_{j_0k} по-прежнему зависят от непрерывных базисных функций $u(t)$ и $w(t)$. Как показано ниже, эти функции однозначно определяются коэффициентами h_l :

$$u(t) = 2 \sum_l h_l u(2t-l), \quad (12)$$

$$w(t) = 2 \sum_l g_l u(2t-l), \quad (13)$$

$$h_l = \langle u(t), u(2t-l) \rangle = \int u(t) u(2t-l) dt, \quad g_l = (-1)^l h_{2n-l-1},$$

где $l = 0, 1, \dots, 2n-1$, n – порядок вейвлета. Вейвлеты n -го порядка существуют только на интервале длиной $2n-1$ и имеют $2n$ отличающихся от нуля коэффициентов h_l .

Из (12) и (13) можно получить важные алгоритмические соотношения:

$$a_{j_0k} = \langle f(t), u_{j_0k}(t) \rangle = \sum_l h_{l-2k} \langle u(t), u_{j_0-1,l}(t) \rangle = \sum_l h_{l-2k} a_{j_0-1,l},$$

$$d_{j_0k} = \langle f(t), w_{j_0k}(t) \rangle = \sum_l g_{l-2k} \langle u(t), u_{j_0-1,l}(t) \rangle = \sum_l g_{l-2k} a_{j_0-1,l}.$$

Итерационная процедура быстрого вейвлет-анализа имеет название анализа от «тонкого» к «грубому» масштабу.

На практике наименьший возможный масштаб (наибольший уровень разрешения) определяется числом N дискретных значений сигнала. На самом «тонком» значении масштаба $j_0 = 0$ за аппроксимирующие коэффициенты a_{j_0k} принимают сами отсчеты дискретного сигнала. При переходе от текущего масштаба j_0 к следующему $j_0 + 1$ число вейвлет-коэффициентов уменьшается в два раза и они определяются по рекуррентным соотношениям:

$$a_{j_0+1,k} = \sum_l h_{l-2k} \cdot a_{j_0,k}, \quad (14)$$

$$d_{j_0+1,k} = \sum_l g_{l-2k} \cdot a_{j_0,k}. \quad (15)$$

При восстановлении (реконструкции) сигнала по его вейвлет-коэффициентам процесс идет от крупных масштабов к мелким и на каждом шаге описывается выражением, которое получается из соотношений (11) и (12):

$$a_{j_0-1,k} = \sum_l h_{k-2l} \cdot a_{j_0,l} + g_{k-2l} \cdot a_{j_0,l}. \quad (16)$$

Таким образом, в практических приложениях с применением быстрого вейвлет-преобразования используются только коэффициенты h_l , сами же вейвлеты не вычисляются и в расчетах не используются.

Частотный подход к вейвлет-преобразованиям

До сих пор рассмотрение вейвлет-преобразований базировалось на временном подходе. Однако трактовка вейвлет-преобразования будет полной только в случае рассмотрения его

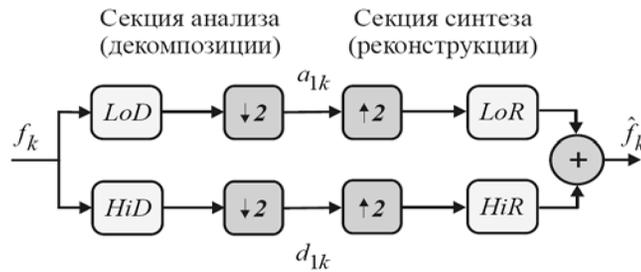


Рис. 1. Схема вейвлет-преобразования на базе частотной фильтрации

Fig. 1. The scheme of the wavelet transform based on frequency filtering

в частотно-временной области. Частотный подход формируется на базе частотной фильтрации. В этом случае КМА сигнала рассматривается как поэтапная процедура фильтрации.

Обратимся к схеме, представленной на рис. 1. Сигнал $f(t)$ подается на низкочастотный (верхняя часть схемы) и высокочастотный (нижняя часть схемы) фильтры разделения LoD и HiD соответственно, в которых вычисляется свертка (цифровая фильтрация) по выражению

$$y(k) = \sum_{l=0}^{2n-1} f(l)q(k-l), \quad (17)$$

где $2n$ – число отсчетов импульсной характеристики $q(k)$ фильтра.

В соответствии с уравнениями (8) и (16) на выходе фильтров присутствуют низкочастотная $y_L(k)$ и высокочастотная $y_H(k)$ составляющие сигнала.

При сравнении уравнений (13), (14) и (15) видно, что для вычисления коэффициентов a_{j_0k} и d_{j_0k} (на первом этапе итераций $j_0 = 1$) аргументы коэффициентов веса фильтров должны быть приняты с обратным порядком следования, т. е. $h_{-l} = h(-l)$ и $g_{-l} = g(-l)$. Такие фильтры носят название *транспонированные*.

Во вторых блоках выполняется прореживание сигналов на выходе фильтров в два раза (децимация с фактором 2, из-за множителя 2 при аргументе k в формулах (13) и (14)).

Правая часть схемы осуществляет вейвлет-реконструкцию сигнала. Эта процедура использует операции интерполяции и фильтрации фильтрами реконструкции LiR и HiR . Выполнение интерполяции с фактором 2 и обратная децимации с фактором 2 осуществляются путем увеличения в два раза числа составляющих добавлением нулевых составляющих вперемежку с имеющимися. При сложении сигналов, полученных на выходе фильтров LiR и HiR , имеем сигнал $\hat{f}(k)$, близкий к исходному $f(k)$, т. е. произойдет реконструкция на начальном уровне.

Для последующей итерации при $j_0 = 2$ используются значения a_{1k} с предыдущей итерации и т. д.

Схема многошаговой итерации анализа функции показана на рис. 2, где представлена структура многошагового алгоритма разделения и воссоздания сигнала, называемого *алгоритмом Малла* (Mallat).

Таким образом, быстрое вейвлет-преобразование во временной и частотной областях – это две стороны единой многошаговой схемы, позволяющей без промедления выполнить как разделение, так и воссоздание функции.

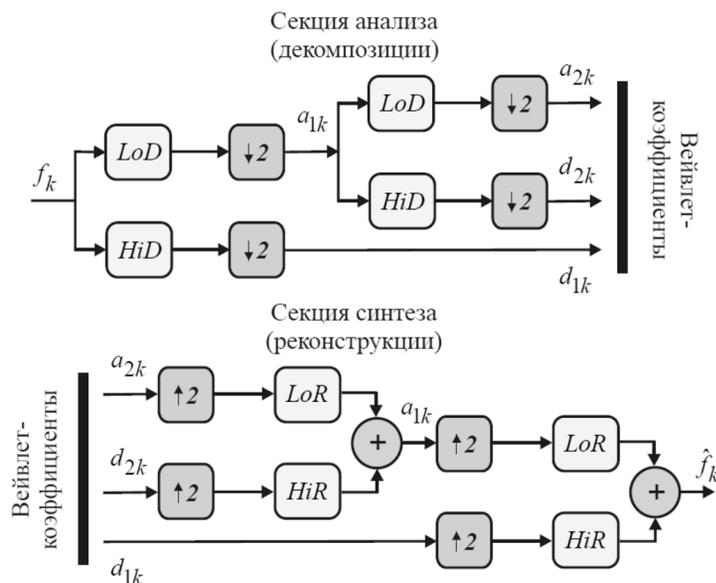


Рис. 2. Схема многошаговой итерации вейвлет-преобразования на базе частотной фильтрации

Fig. 2. Scheme of multi-step iteration of the wavelet transform based on frequency filtering

Практическое использование алгоритма анализа данных виброизмерений

Качественный анализ данных виброизмерений на современном этапе невозможен без применения специальных программ. Данные измерения вибрации включают в себя не один десяток тысяч точек для каждой конструкции морского объекта: для обработки такого количества информации необходимы программы собственной разработки, основанные на алгоритмах вейвлет-преобразований. В настоящее время для работы с такими алгоритмами и изучения сигналов с их помощью используют пакет *MathLab* фирмы MathWorks Inc.

Применяемые алгоритмы в этом пакете дают оптимальную скорость и эффективность математических вычислений, а также возможность визуализации результатов. Реализованный графический интерфейс обеспечивает удобство работы и информативность.

Программа предусматривает следующие операции:

- численное дифференцирование и интегрирование: эти процедуры являются простейшими, однако следует помнить, что дифференцирование виброграмм приводит к росту шумовой составляющей графика. В связи с этим оно хуже, чем интегрирование, которое выполняется с высокой точностью, благодаря этому измерение ускорений с помощью акселерометров получило значительное распространение при виброизмерениях;

- Фурье-преобразование в системе *MathLab* имеет ряд процедур: прямое и обратное дискретное преобразование Фурье, быстрое преобразование Фурье и пр.;

- вейвлет-преобразование имеет четыре операции: вычисления вейвлетов Морле и Пауля и их Фурье-спектров, осуществление быстрого вейвлет-преобразования;

- изображение виброграмм, Фурье- и вейвлет-спектра;

- операции, предназначенные для построения временных зависимостей амплитуды сигнала;

- определение энергетического спектра;
- определение комплексного вейвлет-спектра;
- процедура построения зависимостей перемещений, скоростей, ускорений от времени;
- процедура построения зависимости энергетического спектра от частоты;
- процедура отображения изоуровней модуля или фазы комплексных вейвлет-коэффициентов в координатах «время-частота»;
- процедура построения матрицы в соответствии с длиной сигнала.

Обработка экспериментальных данных

Источники вибрации: малооборотный главный двигатель «6ДКРН 45/120–7» мощностью 5400 л. с, дизель-генератор «8ЧН 25/34–3» мощностью 500 кВт транспортного рефрижераторного судна «Таврия». Контролируемое пространство – машинное отделение. Место съема вибраций – поперечная переборка машинного отделения [6].

В качестве первичного элемента регистрации колебаний использовали трехзвенный датчик скорости колебаний типа ТС1. Он представляет собой электродинамический акселерометр, позволяющий производить измерения неконтактным способом. Датчики регистрировали виброскорости в точке измерения, которые посредством численного интегрирования, легко реализуемого в электронных схемах, пересчитывались в виброперемещения. Для анализа виброперемещений были осуществлены Фурье- и вейвлет-преобразования.

Цель исследования: выделение низкочастотных составляющих из общего спектра колебаний, формирующихся в пространстве закрытого (изолированного) помещения [7].

Датчики располагались в трех пространственных реперных точках: первая РТ-1 – точка фиксации вибраций, ближайшая к контрольной переборке, вторая РТ-2 – центр машинного отделения, третья РТ-3 – удаленная точка.

Результаты измерений *а)* (временной сигнал, $S_z(t)$) и спектральные характеристики виброперемещений *б)* (спектральная плотность, $S_z(f)$) приведены на рис. 3–5.

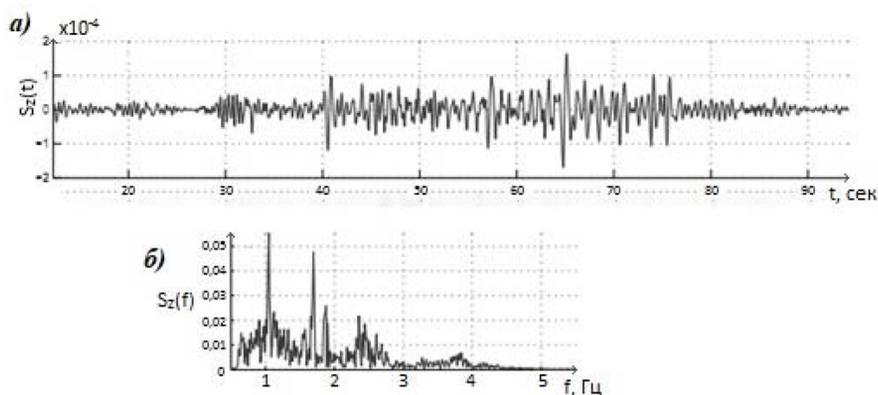


Рис. 3. Спектральные характеристики виброперемещений, измеренных в РТ-1

Fig. 3. Spectral characteristics of vibration displacements measured in RT-1

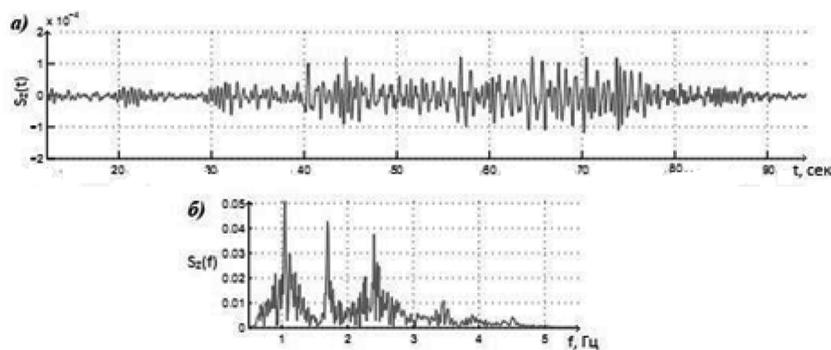


Рис. 4. Спектральные характеристики виброперемещений, измеренных в РТ-2

Fig. 4. Spectral characteristics of vibration displacements measured in RT-2

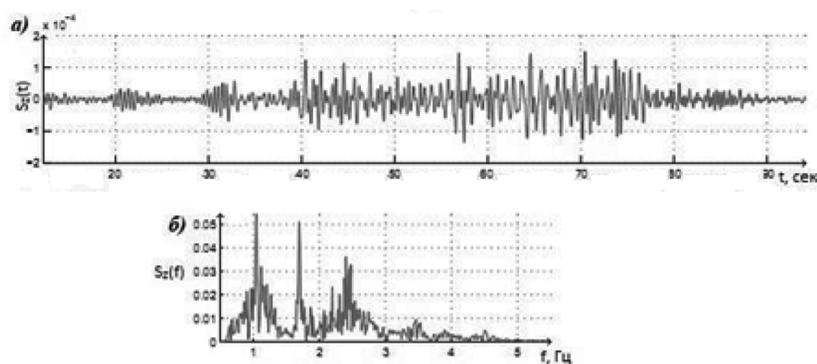


Рис. 5. Спектральные характеристики виброперемещений, измеренных в РТ-3

Fig. 5. Spectral characteristics of vibration displacements measured in RT-3

Заключение

1. Анализ низкочастотных частотно-временных спектральных характеристик в машинном отделении морского объекта для всех датчиков и всех режимов работы позволяет сделать ряд заключений, которые могут быть использованы для прогнозирования параметров вибрации вблизи и в отдалении источника колебаний [8].

2. С использованием вейвлет-анализа установлено, что исследованная конструкция имеет две низкочастотные составляющие: первая 0,6–1,0 Гц и вторая 2,0–2,6 Гц.

3. Для изучаемой конструкции реакция на внешнее воздействие проявляется раньше и затухает позже непосредственно для низшей частоты 1 Гц, нежели для других относительно высоких частот собственного спектра. Конструктивные особенности исполнения переборок не дают эффективного «гашения» энергии низкой частоты. Таким образом, делаем вывод, что следует сторониться нагрузок с частотой 1 Гц.

4. Изгибные колебания переборок соответствуют первому частотному диапазону (0,6–1,0 Гц), а за счет крутильных нагрузок появляется более высокий частотный диапазон.

5. Работающий дизель-генератор дает низкочастотный спектр 3,5–3,8 Гц. С переходом на дизель-генератор другого (левого) борта эта составляющая пропадает.

Список литературы / References

- [1] Соболенко А. Н. Исследование причин повреждений рамовых подшипников при вибрации и деформации упругих систем фундаментных рам ВДГ. *Научные труды Дальрыбвтуза*, 2015, 35, 97–103 [Sobolenko A. N. The investigation of reasons of bedplate bearing damages when vibration and deformations are acting on elastic system of auxiliary engine bedplates, *Scientific Journal of DALRYBVTUZ*, 2015, 35, 97–103 (in Russian)]
- [2] Соболенко А. Н. Экспериментальное исследование вибрации фундаментной рамы ВДГ 6NVD48A2 на т/х «Пролив Лаперуза», *Вестник ГМУ им. адм. Ф. Ф. Ушакова*, 2015, 1(10), 31–33 [Sobolenko A. N. Experimental study of vibration of the engine bedplates 6NVD48A2 on the ship «La Perouse Strait», *Vestnik GMU im. adm. F. F. Ushakova*, 2015, 1(10), 31–33 (in Russian)]
- [3] Полищук А. Е. *Абелевы многообразия, тэта-функции и преобразование Фурье*. М.: МЦНМО, 2010, 312 с. [Polishchuk A. E. *Abelian Varieties, Theta Functions and the Fourier Transform*, Moscow, MCCME, 2010, 312 p. (in Russian)]
- [4] Стародубцев П. А., Шевченко А. П., Бакланов Е. Н. Вейвлеты и некоторые теоретические рассуждения об их теоретическом содержании. *Научные труды Дальрыбвтуза*, 2015, 35, 52–55 [Starodubtcev P. A., Shevchenko A. P., Baklanov E. N. Wavelets and some analytical considerations about their theoretical content, *Scientific Journal of DALRYBVTUZ*, 2015, 35, 52–55 (in Russian)]
- [5] Винер Н. *Кибернетика, или управление и связь в животном и машине*. М.: Советское радио, 1968. 340 с. [Viner N. *Cybernetics, or control and communication in an animal and a machine*, Moscow, Soviet radio, 1968. 340 p. (in Russian)]
- [6] Генкин М. Д., Соколова А. Г. *Виброакустическая диагностика машин и механизмов*. М.: Машиностроение, 1987, 288 с. [Genkin M. D., Sokolova A. G. *Vibroacoustic diagnostics of machines and mechanisms*, Moscow, Mashinostroenie, 1987, 288 p. (in Russian)]
- [7] Ширман А. Р., Соловьев А. Д. *Практическая вибродиагностика и мониторинг состояния механического оборудования*. Москва, 1996, 276 с. [Shirman A. R., Solov'ev A. D. *Practical vibration diagnostics and monitoring of mechanical equipment condition*, Moscow, 1996, 276 p. (in Russian)]
- [8] Беленький Д. М., Ханукаев М. Г. *Теория надежности машин и металлоконструкций*. Ростов-на-Дону: Феникс, 2004, 608 с. [Belen'kij D. M., Hanukaev M. G. *Theory of reliability of machines and metal structures*, Rostov-on-Don, Feniks, 2004, 608 p. (in Russian)]