DOI: 10.17516/1999-494X-0255

УДК 536.2

# Heat Exchange Modeling in Cooling Fins

## Evgeniy N. Vasil'ev\*

Institute of Computational Modelling SB RAS Krasnoyarsk, Russian Federation

Received 30.06.2020, received in revised form 07.07.2020, accepted 14.09.2020

*Abstract.* The article discusses the process of heat exchange of a finned wall with a coolant. The temperature field in the wall volume was determined on the basis of a numerical solution of the two-dimensional heat conduction problem, and the analysis of the characteristics of temperature distributions was carried out according to the simulation results. The values of the heat transfer coefficient of cooling fins with rectangular cross section were calculated for two variants of heat transfer conditions at the end of the fins in a wide range of dimensionless parameters. The error in calculating the heat transfer coefficient in the approximation of a thin fin was determined by means of a one-dimensional computational model.

*Keywords*: finned wall, cooling fin, heat exchange, thermal conductivity, heat transfer coefficient, Biot number.

Citation: Vasil'ev E.N. Heat exchange modeling in cooling fins, J. Sib. Fed. Univ. Eng. & Technol., 2020, 13(6), 669-676. DOI: 10.17516/1999-494X-0255

## Моделирование теплообмена в ребрах охлаждения

## **Е.Н. Васильев** Институт вычислительного моделирования СО РАН Российская Федерация, Красноярск

Аннотация. В статье рассматривается процесс теплообмена оребренной стенки с теплоносителем. Температурное поле в объеме стенки определяли на основе численного решения двумерной задачи теплопроводности, по результатам моделирования проведен анализ особенностей распределений температуры. Рассчитаны значения коэффициента теплопередачи ребер охлаждения прямоугольного сечения для двух вариантов условий теплообмена на торце ребра в широком диапазоне безразмерных параметров. Определена погрешность расчета коэффициента теплопередачи в приближении тонкого ребра при использовании одномерной вычислительной модели.

<sup>©</sup> Siberian Federal University. All rights reserved

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-Non Commercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0).

Corresponding author E-mail address: ven@icm.krasn.ru

*Ключевые слова*: оребренная стенка, ребро охлаждения, теплообмен, теплопроводность, коэффициент теплопередачи, число Био.

Цитирование: Васильев Е.Н. Моделирование теплообмена в ребрах охлаждения / Е.Н. Васильев // Журн. Сиб. федер. ун-та. Техника и технологии, 2020. 13(6). С. 669-676. DOI: 10.17516/1999-494X-0255

#### Введение

Для интенсификации теплопередачи и уменьшения габаритов в теплообменниках широко используют оребренные поверхности, которые находятся в непосредственном контакте с жидким или газообразным теплоносителем [1-3]. Характеристики теплообменников зависят от параметров оребренных поверхностей и величины локального коэффициента теплоотдачи на поверхности контакта ребер и теплоносителя. Определение конструкции, обеспечивающей заданные характеристики теплопередачи и оптимизацию параметров оребренной стенки, проводят на основе тепловых расчетов. Характеристики теплопередачи рассчитывают по температурным распределениям по поверхности оребренной стенки, полученным из решения задачи теплопроводности. При решении задачи теплопроводности, как правило, делают различные упрощающие допущения. Одним из наиболее распространенных допущений при определении характеристик теплопередачи ребер охлаждения является приближение тонкого ребра, когда пренебрегают температурными градиентами по толщине и вычисления проводят на основе одномерной модели. При использовании такого допущения необходимо обоснование его правомерности на основе оценки погрешности вычислений.

Цель настоящей работы – расчет характеристик теплопередачи стенки, основанных на моделировании процесса теплопередачи в ребристом теплообменнике с помощью численного решения как двумерного, так и одномерного уравнения теплопроводности, определение погрешности расчета коэффициента теплопередачи при использовании одномерной модели.

#### Расчет температурного поля в оребренной стенке

Задачей теплового расчета оребренной стенки является определение температурного поля и коэффициента теплопередачи, отражающего отношение передаваемой тепловой мощности к разности температур. Рассмотрим процесс теплообмена в приближении «толстого» ребра, когда градиенты температуры сопоставимы по ширине и высоте. Поперечное сечение фрагмента оребренной стенки приведено на рис. 1.

Расчет температурного поля в стенке проводили на основе решения стационарной двумерной задачи теплопроводности

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0. \tag{1}$$

Расчетная область задачи, которая представляет собой половину периодически повторяющегося фрагмента оребренной стенки, выделена на рис. 1 штриховым контуром. На внутренних границах стенки задают условие симметрии по тепловому потоку, при котором  $\partial T/\partial x = 0$  и q = 0, а на поверхностях контакта с теплоносителем (включая торцевую поверхность ребра) – граничные условия третьего рода

- 670 -



Рис. 1. Схема оребренной стенки и границы расчетной области Fig. 1. Diagram of the ribbed wall and the boundary of the computational domain

$$\left[\lambda \frac{\partial T}{\partial t} + \alpha T\right]_{l=0,L} = q\big|_{l=0,L}, \qquad (2)$$

здесь T – температура; x, y – пространственные координаты; l = x, y и L – размер, соответствующий этим координатам; q – плотность теплового потока. При этом полагалось, что температура теплоносителя, контактирующего с оребренной поверхностью, имеет постоянное значение. Для решения уравнений (1) и (2) применен метод суммарной аппроксимации с расщеплением задачи по пространственным координатам [4, 5].

Анализ особенностей процесса теплопередачи в оребренной стенке проведен при следующих параметрах задачи. В качестве материала стенки рассматривали сталь 12X18H10T, имеющую коэффициент теплопроводности  $\lambda = 19$  Вт/(м·К). Температуру теплоносителя, контактирующего с верхней оребренной поверхностью, задавали постоянной и равной 50 °C, на нижней поверхности основания ее значение составляло 60 °C. Значение локального коэффициента теплообмена а на поверхности стенки задавали равным 5,3 кВт/(м<sup>2</sup>·К), что соответствует значению для теплоносителя ЛЗТК-2 при рассматриваемых температурах и параметрах стенки [6].

На рис. 2 приведено распределение температуры для следующих геометрических размеров оребренной стенки: толщина ребра  $\delta = 1,5$  мм, высота ребра h = 2,5 мм, толщина стенки 1,6 мм, расстояние между ребрами 1,3 мм. На рисунке размер основания в направлении *x* составляет 1,4 мм, поскольку расчет проводили для половины периодически повторяющегося фрагмента оребренной стенки. Значения температуры на соответствующих изолиниях даны в градусах Цельсия. В основании стенки наибольший градиент температуры наблюдается в направлении *y*, в направлении *x* температурный градиент заметен в верхней части основания и практически отсутствует в нижней части. В ребре градиент температуры наблюдается в обоих пространственных направлениях. Следует отметить, что выпуклость изолиний в ребре и основании имеет противоположные направления, а распределение температуры на нижней границе ребра близко к однородному.

Изменение геометрических размеров стенки отражается на характере температурного поля. На рис. 3 отражены результаты расчета при уменьшении толщин ребра (h = 0,7 мм) и основания стенки (0,5 мм), при этом высота ребра и ширина основания не менялись. В основании стенки неоднородность температурного поля выросла в обоих направлениях, в ребре увеличение температурного перепада по высоте сопровождается его снижением в поперечном



Рис. 2. Температурное поле в оребренной стенке при толщине ребра 1,5 мм и стенки 1,6 мм

Fig. 2. Temperature field in a finned wall with a rib thickness of 1.5 mm and a wall of 1.6 mm

Рис. 3. Температурное поле в оребренной стенке при толщине ребра 0,7 мм и стенки 0,5 мм

Fig. 3. Temperature field in a finned wall with a rib thickness of 0.7 mm and a wall of 0.5 mm

направлении. В данном расчете также выпуклость изолиний вблизи границы имеет противоположную направленность, а на самой границе сохраняется практически постоянное значение температуры, соответствующее дополнительной изолинии со значением 53,5 °C, отображенной штриховой линией.

Полученные результаты расчетов показали существенное влияние геометрических параметров на температурное поле, что в итоге отражается на интегральном параметре, описывающем интенсивность теплообмена стенки с теплоносителем, – коэффициенте теплопередачи *k*.

#### Коэффициент теплопередачи ребра охлаждения

Коэффициент теплопередачи *k* является интегральной характеристикой процесса теплообмена ребра с теплоносителем. Расчеты коэффициента теплопередачи проведем для отдельного ребра, оно – основной теплопередающий элемент развитой оребренной стенки, поскольку с его поверхности отводится наибольшее количество теплоты. Расчеты распределения температуры в ребре проводили с помощью двух вычислительных моделей: одномерной и двумерной. Сравнение результатов расчетов позволяет оценить погрешность применения более простой одномерной математической модели, в которой не учитывается неоднородность распределения температуры по толщине ребра. На боковых поверхностях ребра задавали теплообмен с теплоносителем, на нижней границе ребра – фиксированное значение температуры; для двумерной задачи использование такого граничного условия обосновано результатами расчетов, представленными на рис. 2 и 3. На верхнем торце ребра рассматривались два варианта граничного условия, в первом задавались условия теплообмена с теплоносителем, во втором  $\partial T/\partial x=0$  соответствует теплоизолированной поверхности или границе симметрии.

Величину k для отдельного ребра определим как отношение передаваемой тепловой мощности к разности температур теплоносителя T<sub>h</sub> и нижней границы ребра, а также к площади этой граничной поверхности. Суммарная величина теплового потока, передаваемого ребром теплоносителю, рассчитана из решения задачи теплопроводности по распределению температуры  $T_{\rm s}$  на границах ребра, контактирующих с теплоносителем, и локального коэффициента теплоотдачи  $\alpha$  по формуле  $q = \alpha (T_s - T_h)$ . Серия расчетов проведена с помощью двумерной модели для параметров ребра, соответствующих широкому диапазону значений числа Био  $Bi = \alpha \delta / \lambda$ . На рис. 4 отражены зависимости коэффициента теплопередачи k от безразмерной высоты ребра  $2h/\delta$  при значениях Bi = 0,01, 0,03, 0,1, 0,3, 1 и 3. Здесь тонкой линией нанесены зависимости, соответствующие теплоизолированному верхнему торцу ребра, толстые относятся к случаю теплообмена торца с теплоносителем. Как и следовало ожидать, исключение теплообмена на верхнем торце ребра приводит к снижению коэффициента теплопередачи. Это снижение k наблюдается только на растущих участках зависимостей, когда верхняя торцевая часть вносит заметный вклад в общий теплообмен ребра. Горизонтальная часть зависимостей соответствует таким значениям высоты ребра, при которых практически вся теплота от ребра отведена нижней частью ребра, а температура верхней части сравнивается с температурой теплоносителя. В этом случае теплопередача с торца ребра исключается, поэтому зависимости, соответствующие разным условиям теплообмена торца, сливаются в одну линию.



Рис. 4. Зависимости коэффициента теплопередачи ребра при теплоизолированном торце (тонкие линии) и при его теплообмене с теплоносителем (толстые линии)

Fig. 4. Dependences of the heat transfer coefficient of the fin with a thermally insulated end (thin lines) and during its heat exchange with the coolant (thick lines)

Одним из наиболее распространенных допущений при определении характеристик теплопередачи ребер охлаждения является приближение тонкого ребра, когда пренебрегают температурными градиентами по толщине и вычисления проводят на основе одномерной модели. К достоинствам такой модели относятся: минимум требуемых вычислительных ресурсов, простота анализа полученных результатов. Недостатки модели – присущая ей погрешность вычислений и необходимость контроля величины погрешности для каждой задачи. В качестве критерия использования приближения тонкого ребра взято число Ві, отражающее соотношение термических сопротивлений ребра и теплопередачи на его поверхности. При условии Bi<<1 градиент температуры по толщине ребра мал и им можно пренебречь. Граница применимости приближения в разных работах принимается различной, так в [7] граничное значение Bi=0,14, а в [8] эта величина Ві определена равной 0.6. В общем случае выбор приближения определяется спецификой задачи и необходимой точностью расчетов. При выборе приближения в качестве исходной информации могут быть использованы данные по погрешности одномерной модели. Для определения погрешности были проведены сравнительные расчеты по одномерной и двумерной моделям, по которым вычислена относительная величина разности решений в виде  $\Delta k = (k_2 - k_1)/k_2$ , здесь  $k_1$  и  $k_2$  – значения коэффициентов теплопередачи, рассчитанные в одномерном и двумерном приближениях. Зависимости  $\Delta k(2h/\delta)$ , полученные из расчетов при теплообмене верхнего торца ребра с теплоносителем, приведены на рис. 5 при значениях Bi = 0.01, 0.03, 0.1, 0.3, 1 и 3. На рис. 6 отображены аналогичные зависимости для варианта с теплоизолированным торцом ребра. Зависимости, приведенные на рис. 5 и 6, позволяют для заданных параметров задачи оценивать величину погрешности расчета характеристик ребра и производить обоснованный выбор модельного приближения с учетом требуемой точности.



Рис. 5. Относительная погрешность расчета коэффициента теплопередачи с учетом теплообмена торца ребра с теплоносителем

Fig. 5. Relative error in calculating the heat transfer coefficient taking into account heat transfer of the end of the fin with the coolant



Рис. 6. Относительная погрешность расчета коэффициента теплопередачи при теплоизолированном торце ребра

Fig. 6. Relative error in calculating the heat transfer coefficient with a thermally insulated end of the fin

### Заключение

Проведены расчеты процесса теплопередачи в двумерной постановке для двух конфигураций оребренной стенки. Результаты расчетов температурного поля позволили выявить особенности температурного поля и влияние геометрических параметров стенки на неоднородность температурного распределения. Получены зависимости коэффициента теплопередачи от безразмерного параметра  $2h/\delta$  при использовании двух видов граничного условия на верхнем торце ребра. Определена относительная погрешность  $\Delta k$  одномерной модели, рассчитанные зависимости  $\Delta k(2h/\delta)$  в широком диапазоне числа Ві позволяют проводить оперативную количественную оценку погрешности одномерной модели и дают возможность применения приближения термически тонкого ребра.

### Благодарности / Acknowledgments

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, Правительства Красноярского края, Красноярского краевого фонда науки в рамках научного проекта «Теоретическое и экспериментальное исследование процессов тепломассообмена в двухфазных системах термического контроля» (код проекта 18-41-242005).

The reported study was funded by Russian Foundation for Basic Research, Government of Krasnoyarsk Territory, Krasnoyarsk Regional Fund of Science, to the research project: "Theoretical and experimental investigation of heat and mass transfer processes in the two-phase system of thermal control" (project no. 18-41-242005).

### Список литературы / References

[1] Ройзен Л.И., Дулькин И.Н. *Тепловой расчет оребренных поверхностей*. М.: Энергия, 1977. 256 с. [Roizen L.I., Dulkin I.N. *Thermal design of finned surfaces*. Moscow, Energiya, 1977, 256 р. (In Russian)]

[2] Чичиндаев А.В. Оптимизация компактных пластинчаторебристых теплообменников. Новосибирск: НГТУ, 2003. 400 с. [Chichindaev A.V. Optimization of compact plate-fin heat exchangers. Novosibirsk: NGTU, 2003. 400 p. (In Russian)]

[3] Васильев Е.Н., Гейнц Э.Р., Деревянко В.А., Коков Е.Г., Кукушкин С.В. Термоэлектрический блок охлаждения. *Журнал СФУ. Техника и технологии*, 2019, 12(2), 146–152. [Vasil'ev E.N., Gejnts E.R., Derevyanko V.A., Kokov E.G., Kukushkin S.V. Thermoelectric cooling block, *J. Sib. Fed. Univ. Eng. technol.*, 2019, 12(2), 146-152. (In Russian)]

[4] Самарский А.А. *Теория разностных схем*. М.: Наука, 1989. 616 с. [Samarskii А.А. *The theory of difference schemes*. Moscow, Nauka, 1989, 616 р. (In Russian)]

[5] Васильев Е.Н., Деревянко В.В. Математическая модель процессов теплообмена в сотовой панели с тепловыми трубами. *Вестник СибГАУ*, 2010, 2 (28), 4-7. [Vasil'ev E.N., Derevyanko V.V. Mathematical model of heat exchange processes in honeycomb panels with heat pipes. *Vestnik SibGAU*, 2010, 2 (28), 4-7 (In Russian)]

[6] Васильев Е.Н. Расчет характеристик теплопередачи оребренной стенки теплообменника, *Решетневские чтения, материалы XXIII Международной научно-практической конференции.* Красноярск, 2019, 1, 237-238. [Vasil'ev E.N. Calculation of heat transfer characteristics of finned wall of heat exchanger. *Reshetnev reading, materials XXIII Intern. Scientific. Conf.* Krasnoyarsk, 2019, 1, 468–469 (In Russian)]

[7] Горев В.А., Фомина М.В. Упрощенный расчет теплообмена на плоских поверхностях. *Пожаровзрывобезопасность*, 2016, 25(3), 5-14. [Gorev V.A., Fomina M.V. Simplified calculation of heat on a flat surface. *Fire and Explosion Safety*, 2016, 25(3), 5-14. (In Russian)]

[8] Shih C.C., Westwater J.W. Effect of geometry and wall thickness on heat transfer from longitudinal fins to boiling liquids. *Fifth International Heat Transfer Conference*, Tokyo, 1974, B1.4, 15-19.