

УДК [665.63+662.764]:62.50

Numerical Analysis of Technological Systems

Nikolay D. Demidenko^a and Ludmila V. Kulagina^{*b}

^a*FSRI SDTB «Nauka» KSC of SB RAS*

50 Akademgorodok, Krasnoyarsk, 660036, Russia

^b*Siberian Federal University*

79 Svobodny, Krasnoyarsk, 660041, Russia

Received 29.03.2014, received in revised form 18.05.2014, accepted 03.07.2014

The article presents a method of dynamic states analysis and systems for optimal control in complicated thermotechnical units. Boundary tasks and optimal control parameters were obtained. Necessary optimality conditions for rectification column control are shown. Numerical analysis of dynamic states in technological furnaces and optimal control in rectification column, numerical research outcomes are shown. Research outcomes can be applied for industrial chemical-technological processes automation.

Key words: mathematical modeling, systems with distributed parameters, optimal control, heat-and-mass exchange.

Введение

На нефтеперерабатывающих заводах ведется переработка нефти в бензин, керосин, мазут, смазочные масла, сырье для нефтехимии и т.д. Переработка осуществляется в технологических установках для первичной переработки, каталитического риформинга, каталитического крекинга и т.д. Основными аппаратами установок являются трубчатые печи, ректификационные колонны и др. Основу работы этих аппаратов составляют процессы теплообмена, массообмена и гидродинамики взаимодействующих потоков. Анализ процессов и проектирование эффективных режимов рассматриваемых объектов химической технологии для создания автоматизированных систем контроля и управления выступает важнейшей проблемой современного производства.

Математические методы и вычислительные средства позволяют осуществить процесс моделирования и оптимизации сложных технологических установок, включающих технологические печи, ректификационные колонны и др. Для описания таких процессов всей установки возможна математическая модель всей цепочки. На рисунке 1 приведена принципиальная схема подобной установки. Опыт исследования отдельных аппаратов уже достаточно накоплен, и возможен подход к исследованию установки в целом. В работе исследуемые объекты химической технологии рассматриваются как объекты с распределенными параметрами, для описа-

ния которых применяется математический аппарат дифференциальных уравнений в частных производных. Для анализа статических и динамических режимов и решения задач оптимального управления формулируются соответствующие краевые задачи.

Ректификационная установка состоит из технологической печи и ректификационных колонн. Трубчатые печи разных конструкций широко распространены в нефтегазоперерабатывающей, нефтехимической и других отраслях промышленности, являются составной частью многих установок и применяются в различных технологических процессах (перегонка нефти и мазута, пиролиз, каталитический крекинг, очистка масел и др.). В печи сырье нагревается до требуемой температуры и подается в среднюю часть колонны для разделения смеси на компоненты.

Трубчатая печь имеет камеры радиации и конвекции (рис. 1). В камере радиации (топочной камере), где сжигается топливо, размещена радиантная поверхность (экран), поглощающая лучистое тепло в основном за счет радиации. В камере конвекции расположены конвекционные трубы, воспринимающие тепло главным образом при соприкосновении дымовых газов с поверхностью нагрева труб конвекции.

Уравнения процессов в технологической печи

При исследовании процесса горения капель жидкого топлива в воздухе в основном представляет интерес распределение концентраций компонентов, плотности, температуры сырья, температуры и скорости дымовых газов в печи при статических и динамических режимах работы. Исходя из одномерности движения потока, математическая модель нестационарного горения может быть представлена следующими уравнениями [1]:

1. Уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial \ell} = 0, \quad (1)$$

где ρ – массовая плотность смеси; u – скорость движения смеси.

Для покомпонентной модели процесса горения уравнение (1) можно записать в виде

$$\frac{\partial(\rho x)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho x u)}{\partial \ell} = -\frac{\rho x}{\tau}. \quad (2)$$

Здесь ℓ – линейный размер; x – концентрация горючего вещества в смеси ($0 \leq x \leq 1$); τ – время сгорания.

2. Уравнение движения

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial \ell} \right) + \frac{\partial P}{\partial \ell} = 0, \quad (3)$$

где P – давление.

3. Уравнение сохранения энергии

$$\rho T_{\Pi} \left(\frac{\partial S}{\partial t} + u \frac{\partial S}{\partial \ell} \right) = \frac{\rho x}{\tau} q - Q(T_{\Pi}) + K_1(T_c^1 - T_{\Pi}) + K_1(T_c^2 - T_{\Pi}), \quad (4)$$

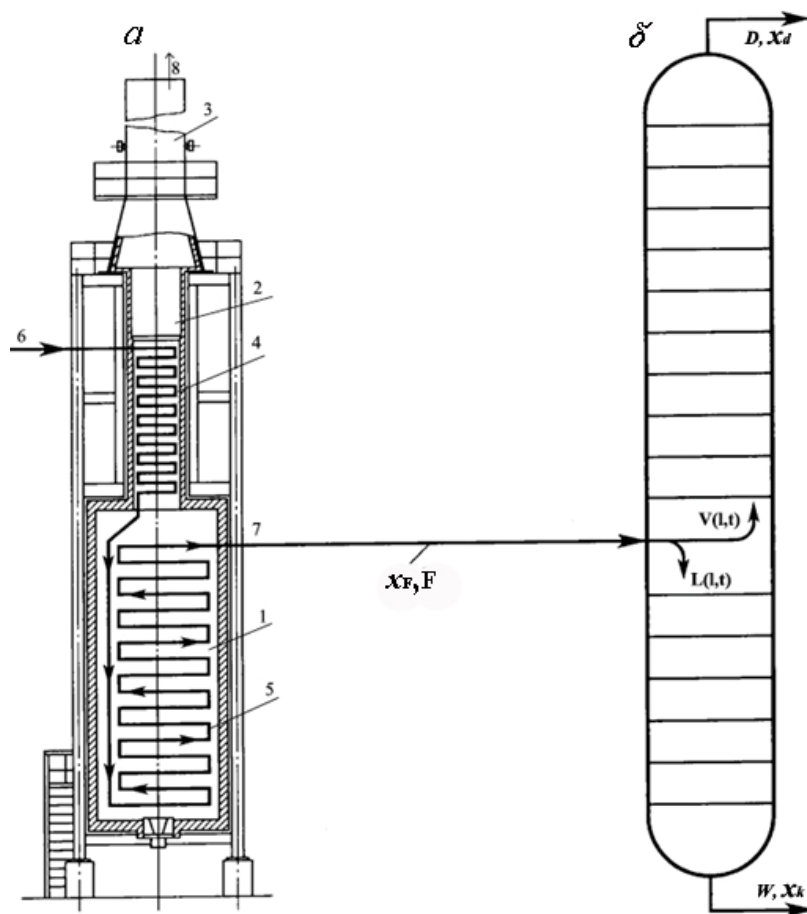


Рис. 1. Схема ректификационной установки: а – технологическая печь; б – ректификационная колонна; 1 – камера радиации (топочная камера); 2 – камера конвекции; 3 – дымовая труба; 4 – конвекционные трубы; 5 – радиантные трубы; 6 – вход сырья; 7 – выход сырья; 8 – дымовые газы

где q – теплота сгорания топлива; T_{Π} – температура дымовых газов; $Q(T_{\Pi})$ – потери на излучение; T_c^1, T_c^2 – температура нагреваемого сырья движущегося в нижнем и верхнем направлении;

K_1 – коэффициент теплопередачи; S – энтропия, причем $S = c_v \ln \frac{P}{\rho^\gamma} (\gamma = 1 \div 1,4)$.

4. Уравнение теплообмена между нагреваемым сырьем, движущимся вниз и вверх в печи, и дымовыми газами можно записать в следующем виде:

$$\frac{\partial T_c^1}{\partial t} - w \frac{\partial T_c^1}{\partial \ell} = K_2 (T_{\Pi} - T_c^1) - Q(T_{\Pi}); \quad (5)$$

$$\frac{\partial T_c^2}{\partial t} + w \frac{\partial T_c^2}{\partial \ell} = K_2 (T_{\Pi} - T_c^2) - Q(T_{\Pi}), \quad (6)$$

где K_2 – коэффициент теплопередачи, w – скорость течения сырья.

Для постановки краевой задачи необходимо задать неизвестные параметры в начальный момент времени и на границе объекта.

Начальные условия:

$$\begin{aligned} \rho(\ell, 0) &= \rho_0, x(\ell, 0) = x_0, u(\ell, 0) = u_0, T_{\Pi}(\ell, 0) = \\ &= T_{\Pi 0}, T_c^1(\ell, 0) = T_{c0}^1, T_c^2(\ell, 0) = T_{c0}^2. \end{aligned} \quad (7)$$

Граничные условия:

$$\begin{aligned} \rho(0, t) &= \alpha_1, x(0, t) = \alpha_2, u(0, t) = \alpha_3, T_{\Pi}(0, t) = \\ &= \alpha_4, T_c^1(L, t) = \alpha_5, T_c^2(0, t) = T_c^1(0, t), \end{aligned} \quad (8)$$

На базе системы (1)(8) можно сформулировать и решить задачи оптимального управления с различными управляющими параметрами [2–4].

Расчет динамических режимов трубчатых печей

Рассмотрим следующую тепломассообменную задачу для процессов в трубчатой печи. Для этого приведем систему (1)(6) к такому виду:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} &= -u \frac{\partial \rho}{\partial \ell} - \rho \frac{\partial u}{\partial \ell}, \\ \frac{\partial x}{\partial t} &= -u \frac{\partial x}{\partial \ell} - \frac{x}{\tau}, \\ \frac{\partial u}{\partial t} &= -u \frac{\partial u}{\partial \ell} - R \frac{\partial T_{\Pi}}{\partial \ell} - \frac{R T_{\Pi}}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial \ell}, \\ \frac{\partial T_{\Pi}}{\partial t} &= (1 - \gamma) T_{\Pi} \frac{\partial u}{\partial \ell} - u \frac{\partial T_{\Pi}}{\partial \ell} + \frac{x}{C_v \tau} q - \frac{Q(T_{\Pi}, T_c^1, T_c^2)}{C_v \rho} + K_1(T_c^1 - T_{\Pi}) + K_1(T_c^2 - T_{\Pi}), \\ \frac{\partial T_c^1}{\partial t} &= w \frac{\partial T_c^1}{\partial \ell} + K_2(T_{\Pi} - T_c^1) - Q(T_{\Pi}), \quad t \in [0, T], \quad \ell \in [0, L], \\ \frac{\partial T_c^2}{\partial t} &= -w \frac{\partial T_c^2}{\partial \ell} + K_2(T_{\Pi} - T_c^2) - Q(T_{\Pi}), \quad t \in [0, T], \quad \ell \in [0, L], \end{aligned} \right. \quad (9)$$

где L_1 – точка вывода сырья из печи. Таким образом, сформулирована краевая задача (7)(9). Здесь температура сырья T_c^1 задается в точке $\ell = L$, так как сырье подается сверху в печь, и таким образом имеем противоточный технологический процесс.

Кривые разгона на выходе печи получены при возмущении на $\pm 20\%$ с шагом 5% на входе печи по температуре сырья (рис. 2 и 3) и по температуре дымовых газов (рис. 4 и 5).

Кривые переходных процессов для плотности, скорости, температуры потока дымовых газов и температуры сырья используются при решении задач локальной автоматики промышленных установок.

Необходимые условия оптимальности в задаче управления объектами с рециркуляцией взаимодействующих потоков

Рассмотрим задачу оптимального управления расходом сырья F в ректификационной колонне.

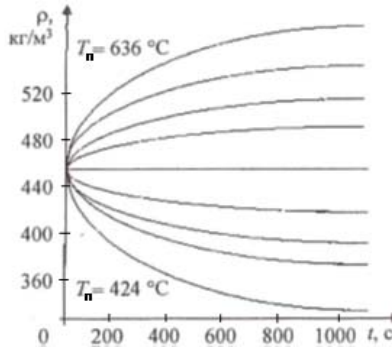


Рис. 2. Кривые разгона по плотности потока в зависимости от температуры потока (от 424 до 636 °C)

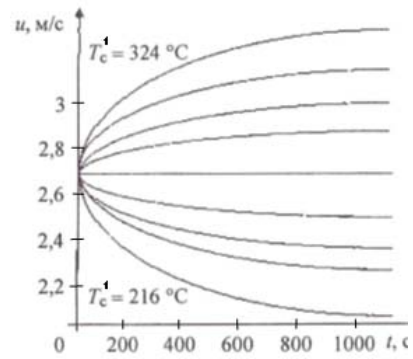


Рис. 3. Кривые разгона по скорости потока дымовых газов в зависимости от температуры сырья (от 216 до 324 °C)

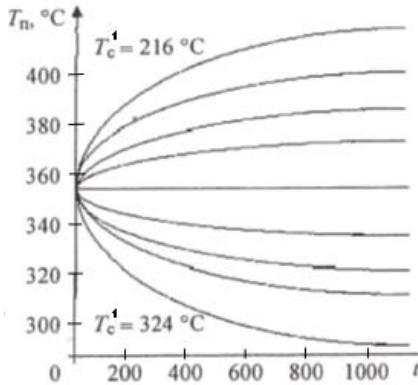


Рис. 4. Кривые разгона по температуре дымовых газов в зависимости от температуры сырья (от 216 до 324 °C)

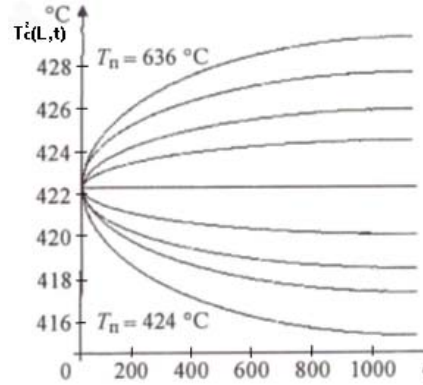


Рис. 5. Кривые разгона по температуре сырья в зависимости от температуры потока газов (от 424 до 636 °C)

Для получения необходимых условий оптимальности (условий стационарности) используют методы классического вариационного исчисления [5]. Управления предполагаются кусочно-непрерывными, а соответствующие им решения – непрерывными и кусочно-гладкими.

Здесь рассматривается следующая модель процесса [5]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(H_x x)}{\partial t} - \frac{\partial(Lx)}{\partial \ell} &= k(y - y^*(x)) + F(t)\Phi_x(\ell)x_F, \\ \frac{\partial(H_y y)}{\partial t} - \frac{\partial(Vy)}{\partial \ell} &= k(y^*(x) - y), \quad 0 < t < T, \quad 0 < \ell < L, \end{aligned} \quad (10)$$

краевые условия: при $\ell = 0$

$$\begin{aligned} \frac{d(H_{x_k} x_k)}{dt} &= L(0, t)x(0, t) - V(0, t)y(0, t) - Wx_k(t), \\ y(0, t) &= a[y_k^*(x_k) - x_k(t)] + x_k(t), \end{aligned} \quad (11)$$

при $\ell = L$

$$\begin{aligned} \frac{d(H_{x_d} x_d)}{dt} &= V_d(t) y_d(t) - (L_d(t) + D(t)) x_d(t), \\ V_d y_d(t) - V(L, t) y(L, t) &= L_d x_d(t) - L(L, t) x(L, t), \\ y_d(t) &= y(L, t) + E_d [y_d^*(x_d) - x(L, t)] \end{aligned} \quad (12)$$

начальные условия:

$$\begin{aligned} x(\ell, 0) &= x_0(\ell), \quad y(\ell, 0) = y_0(\ell), \quad 0 < \ell < 1, \\ x_d(0) &= x_{d0}, \quad x_k(0) = x_{k0}, \quad 0 \leq a, \quad E_d \leq 1. \end{aligned} \quad (13)$$

Величина $F(t)$ – поток сырья в жидкой фазе, подводимый в колонну и являющийся управлением. Здесь $x(L, t)$, $y(L, t)$ – концентрации целевого продукта в жидкой и паровой фазах; $L(\ell, t)$ – поток жидкости, $V(\ell, H)$ – поток пара; H_x , H_y – удерживающие способности в жидкости и паре; x_d – концентрация целевого продукта в дефлегматоре, x_k – концентрация целевого продукта в кубе. Возмущающее воздействие по концентрации целевого продукта в сырье F_2 (рис. 6а), y^* – равновесная концентрация целевого продукта в паровой фазе. D , W – отбор целевого продукта вверх и внизу колонны, L_d – орошение.

Величины потоков при этом удовлетворяют условиям

$$\begin{aligned} W(t) + D(t) &= F(t), \quad D(t) + L_d(t) = V(1, t), \\ W(t) + V(0, t) &= L(0, t), \quad V_d(t) = V(1, t). \end{aligned} \quad (14)$$

Предполагается, что удерживающие способности H_x , H_y постоянны, V не зависит от ℓ .

Анализ условий (14) показывает, что только два из четырех потоков (W , D , L , V) являются независимыми. Выбор тех или иных двух независимых потоков в качестве управлений определяет соответствующие задачи. Эти задачи рассматриваются как задачи оптимального управления в классе кусочно-непрерывных управлений с критерием качества.

$$I = \int_0^T \int_0^L (y(\ell, t) - \theta^*(\ell, t))^2 d\ell dt, \quad (15)$$

где θ^* – заданное значение концентрации целевого продукта.

Потоки L , D фиксированы, а V , V_d , L_d исключаются согласно (14). Управление F выбирается в классе кусочно-непрерывных функций и принимает значение в промежутке

$$F_{\min} \leq F(t) \leq F_{\max}.$$

Переходя к нормальной форме дифференциальных уравнений (10)(12), получаем следующую задачу. Рассматривается процесс ректификации, описываемый уравнениями

$$\begin{aligned} x'_t &= \frac{1}{H_x} \left[(L + L^*) \zeta^{(1)} + \frac{\partial L^*}{\partial \ell} x + k(y - y^*) + F x_F \Phi_x \right] \equiv X, \quad x'_l = \zeta^{(1)}, \\ y'_t &= \frac{1}{H_y} \left[-(D + L) \zeta^{(2)} + k(y^* - y) \right] \equiv Y, \quad y'_l = \zeta^{(2)}, \end{aligned} \quad (16)$$

при краевых условиях

$$\begin{aligned}
 x'_{kt} &= \frac{1}{H_{x_k}} [(L+F)x - Vy - Wx_k] \equiv X_k, \\
 y &= a[y_k^* - x_k] + x_k, \quad \ell = 0, \quad 0 < t < T; \\
 x'_{dt} &= \frac{1}{H_{x_d}} [(D+L)y_d - (L+D)x_d] \equiv X_d, \quad \ell = L, \quad 0 < t < T, \\
 (D+L)(y_d - y) - L(x_d - x) &= 0, \quad y_d - y - E_d(y_d^* - y) = 0,
 \end{aligned} \tag{17}$$

при начальных условиях (13) и ограничениях на управления

$$(F - F_{\min})(F_{\max} - F) - u^2 = 0, \tag{18}$$

где u – вспомогательное управление.

Задача состоит в том, чтобы во множестве кусочно-непрерывных функций F , удовлетворяющих условию (18), найти такую, что соответствующее ей решение задачи (13), (16), (18), дает минимум интегралу (15). Применяя известную процедуру вариационного исчисления, получаем необходимое условие оптимальности.

$$\begin{aligned}
 \xi'_t - \frac{L+L^*}{H_x} \xi'_\ell &= k(y^*)' \left(\frac{\xi}{H_x} - \frac{\eta}{H_y} \right), \\
 \eta'_t + \frac{V}{H_y} \eta'_\ell &= k \left(\frac{\xi}{H_x} - \frac{\eta}{H_y} \right);
 \end{aligned} \tag{19}$$

при $\ell = 0, 0 < t < T$

$$\begin{aligned}
 \frac{d\lambda_k^{(1)}}{dt} &= \frac{\lambda_k^{(1)}}{H_{x_k}} (F - D) + \lambda_k^{(2)} (a - 1 - a(y_k^*)), \quad \lambda_k^{(1)}(T) = 0, \\
 \lambda_k^{(1)}(L + F) - \xi(L + L^*) &= 0, \quad V \left(\frac{\eta}{H_y} - \frac{\lambda_k^{(1)}}{H_{x_k}} \right) - \lambda_k^{(2)} = 0;
 \end{aligned} \tag{20}$$

при $t = T, 0 < \ell < L, \xi = 0, \eta = 0$;

при $\ell = L, 0 < t < T$.

$$\begin{aligned}
 \frac{d\lambda_d^{(1)}}{dt} &= \frac{L+D}{H_{x_d}} \lambda_d^{(1)} - L\lambda_d^{(2)}, \quad \lambda_d^{(1)}(T) = 0, \\
 -\frac{V}{H_{x_d}} \lambda_d^{(1)} + \lambda_d^{(2)} V + \lambda_d^{(3)} &= 0, \\
 \left(\lambda_d^{(2)} - \frac{\xi}{H_{x_d}} \right) L - \frac{\xi}{H_{x_d}} L^* - \lambda_d^{(3)} E_d(y_d^*)' &= 0, \\
 \left(\frac{\eta}{H_y} - \lambda_d^{(2)} \right) V - \lambda_d^{(3)} (1 - E_d) &= 0;
 \end{aligned} \tag{21}$$

при $0 < t < T$

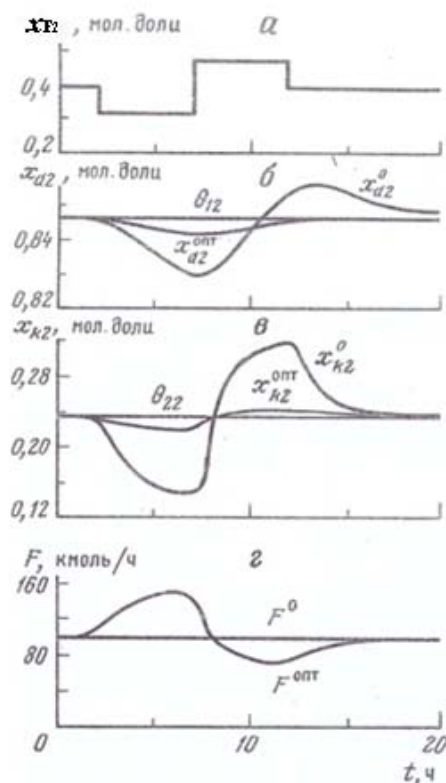


Рис. 6. Графики изменения концентрации бутана в сырье (а), дефлегматоре (б) и кубе (в) при управлении потоком сырья (г)

$$H = \int_0^1 -\frac{\xi}{H_x} \left(\frac{\partial^2 L^*}{\partial \ell \partial F} x + \Phi_x x_F - \frac{\partial L^*}{\partial F} \zeta^{(1)} \right) d\ell - \frac{\lambda_k^{(1)}}{H_{x_k}} (x_k - x) + \gamma (F_{\min} + F_{\max} - 2F) = 0, \quad (22)$$

где ξ , η , $\lambda_d^{(1)}$, $\lambda_d^{(2)}$, $\lambda_d^{(3)}$, $\lambda_k^{(1)}$, $\lambda_k^{(2)}$ – множители Лагранжа.

Алгоритм решения задачи оптимального управления содержит следующие этапы:

- 1) задается начальное приближение управляющей функции $F^0(t)$;
- 2) решается система уравнений (10)(13) и (19)(21);
- 3) далее полагаем $F^{(n+1)} = F^{(n)} - \alpha H$;
- 4) предельные значения $F^{(n+1)}$ при $n \rightarrow \infty$ дают оптимальные управления.

На рисунке 6 приведены результаты расчетов по оптимальному управлению для промышленной колонны К-34 [5] установки серноокислотного алкилирования изобутана бутиленами (разделяемая многокомпонентная смесь сведена к бинарной). Основные параметры: $D = 27,06$ кмоль/ч, $W = 76,59$ кмоль/ч, $L_d = 45,21$ кмоль/ч, $Hx_d = 50$ кмоль, $Hx_k = 30$ кмоль.

Заключение

Приведенная математическая модель процесса горения в технологических печах и процессов разделения в ректификационных колоннах является основной для проектирования

оптимальных режимов промышленных установок. Расчет статических и динамических характеристик управляемого процесса позволяет определить основные параметры оптимальных процессов управления. Без знания динамических характеристик невозможно управление технологическими процессами в реальных условиях. Возможность получения параметров нестационарных режимов позволяет в реальном времени с высокой степенью эффективности избавиться от вредного влияния возмущений. Эффективность данного подхода проиллюстрирована на процессах тепломассообмена в промышленных объектах.

Список литературы

- [1] Демиденко Н.Д. // Управление, вычислительная техника и информатика. Вестник Томского государственного университета. 2012. № 3(20). С. 13–21.
- [2] Демиденко Н.Д., Кулагин В.А., Шокин Ю.И. Моделирование и вычислительные технологии распределенных систем. Новосибирск: Наука, 2012. 424 с.
- [3] Демиденко Н.Д. // Вестник СибГАУ. 2013. № 3 (49). С. 182–187.
- [4] Демиденко Н.Д., Кулагина Л.В. Численный метод исследования стационарных режимов в технологических печах // Journal of Siberian Federal University. Engineering & Technologies 1 (2014 7) 55–61.
- [5] Демиденко Н.Д. Моделирование и оптимизация тепломассообменных процессов в химической технологии. М.: Наука, 1991. 240 с.

Численный анализ

ТЕПЛОТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Н.Д. Демиденко^а, Л.В. Кулагина^б

^аФГУН СКТБ «Наука» КНЦ СО РАН

Россия, 660036, Красноярск, ул. Академгородок, 50

^бСибирский федеральный университет

Россия, 660041, Красноярск, пр. Свободный, 79

В статье изложен метод анализа динамических режимов и систем оптимального управления сложными теплотехническими установками. Сформулированы соответствующие краевые задачи и задачи оптимального управления. Получены необходимые условия оптимальности в задаче управления ректификационной колонной. Проведен численный анализ динамических режимов технологических печей, и решены задачи оптимального управления ректификационной колонной. Приведены результаты численного исследования решаемых задач. Полученные результаты могут быть использованы при автоматизации промышленных химико-технологических установок.

Ключевые слова: математическое моделирование, системы с распределенными параметрами, оптимальное управление, тепломассообмен.
