

УДК 621.777: 621.777:22

Расчет контактных напряжений при совмещенной прокатке-прессовании

С.В. Беляев*

Сибирский федеральный университет,
Россия 660041, Красноярск, пр. Свободный, 79¹

Received 6.05.2009, received in revised form 27.05.2009, accepted 17.06.2009

В статье представлена методика расчета контактных напряжений процесса совмещенной прокатки-прессования с учетом асимметрии и реологии деформируемого металла. Приведен пример расчета энергосиловых параметров для процесса СПП. Выполнено сравнение энергосиловых параметров двух разновидностей СПП - с одним и двумя приводными валками.

Ключевые слова: совмещенная прокатка-прессование, контактные напряжения, энергосиловые параметры.

Введение

В теории совмещенной прокатки-прессования (СПП), как и в теории других процессов ОМД, важное практическое значение имеет определение контактных напряжений. От величины и характера распределения контактных напряжений по длине очага деформации зависят энергосиловые параметры процесса СПП, которые служат основными критериями при разработке технологии и проектировании оборудования для процесса СПП.

В настоящее время одним из наиболее распространенных методов определения контактных напряжений является совместное решение уравнений равновесия и пластичности, в частности решение дифференциального уравнения прокатки с определенными граничными условиями и упрощающими допущениями.

Впервые математический анализ контактных напряжений при прокатке проведен Т. Карманом [1], а затем А.И.Целиковым [2], который рассмотрел более общий случай, когда прокатываемая полоса при входе в валки и выходе из них подвергается натяжению, и получил следующее уравнение:

$$dp_x = (\beta_L \sigma_s \pm \frac{\tau}{\operatorname{tg} \varphi_x}) \frac{dh_x}{h_x}, \quad (1)$$

где знак плюс – для зоны опережения, а знак минус – для зоны отставания; $\beta_L = 1,15$ – коэффициент вида напряженного состояния Лодэ; σ_s – сопротивление металла деформации; τ – напряжение трения; h_x и φ_x – текущая высота и центральный угол очага деформации.

* Corresponding author E-mail address: 244812@mail.ru

¹ © Siberian Federal University. All rights reserved

Конкретные решения уравнения (1) могут быть разными в зависимости от выбора закона трения, изменения геометрических характеристик очага деформации φ_x , h_x и других условий.

Методика расчета давления и силы прокатки в прямоугольных (ящичных) калибрах разработана В. М. Клименко [3]. В работах В.Н. Выдрина и Л.М. Агеева [4], В.М. Салганика и А.М. Песина [5] представлены методики, расчетные алгоритмы и результаты численного исследования на ЭВМ контактных напряжений при асимметричной прокатке. Однако формулы для определения энергосиловых параметров, полученные для условий прокатки в гладких и сортовых валках, не применимы для процесса СПП.

Теоретические исследования контактных напряжений для процесса СПП в работах Н.Н. Довженко и С.Б. Сидельникова [6], В.Н. Корнилова [7] были получены на основе математической модели симметричного очага деформации, что требует проведения дополнительного анализа и создания новой методики для их определения.

Методика расчета контактных напряжений для процесса совмещенной прокатки-прессования

При выводе дифференциального уравнения для процесса СПП примем, что изменение сил трения подчиняется закону Зибеля, а остальные допущения будут такие же, что и у А.И. Целикова [2]:

$$\tau = \mu \sigma_s, \quad (2)$$

где μ – коэффициент трения.

При определении контактных напряжений используем совместное решение уравнений равновесия и пластичности для каждой характерной зоны асимметричного очага деформации при СПП.

Вначале рассмотрим равновесие элемента высотой $h_x + dx$ и толщиной dx , выделенного в очаге деформации зоны прокатки (рис. 1). Его положение определяется углом φ_x или координатой x . При этом начало координат поместим в точке O , а ось x направим в противоположном направлении движению металла.

Найдем сумму горизонтальных проекций всех сил, действующих на выделенный элемент:

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = -(\sigma_x + d\sigma_x)(h_x + dh_x)b + \sigma_x h_x b + 2p_x b R_{пп} \sin \varphi d\varphi \mp \tau_1 b R_{пп} d\varphi \mp \mp (\tau_2 b R_{пп} d\varphi + 2\tau_k h_1 R_{пп} d\varphi) = 0, \quad (3)$$

где знак плюс – для зоны опережения, а знак минус – для зоны отставания; τ_1, τ_2, τ_k – напряжения трения на верхнем и нижнем валках и на боковых стенках калибра соответственно;

$$R_{пп} = \frac{2R_1 R_2}{R_1 + R_2} - \text{приведенный радиус прокатки}. \quad (4)$$

Сократив все слагаемые уравнения (3) на ширину калибра b , раскрыв скобки и пренебрегая бесконечно малыми величинами второго порядка, получим:

$$-\sigma_x dh_x - h_x d\sigma_x + 2p_x R_{\text{ПП}} \sin \varphi d\varphi \mp \tau_1 R_{\text{ПП}} d\varphi \mp (\tau_2 R_{\text{ПП}} d\varphi + 2\tau_k h_1 R_{\text{ПП}} d\varphi / b) = 0. \quad (5)$$

Учтем, что $h_x = h_1 + R_{\text{ПП}} \varphi^2$; $dh_x = 2R_{\text{ПП}} \varphi d\varphi$; $d\sigma_x = dp_x$; $\sin \varphi \cong \varphi$; $p_x - \sigma_x = \beta_L \sigma_S$; $\tau_1 = \mu_1 \sigma_S$; $\tau_2 = \mu_2 \sigma_S$.

Подставив данные выражения в (5), окончательно получим дифференциальное уравнение для процесса СПП, где в качестве переменной принимается текущий угол φ_i :

$$dp_x = \frac{\sigma_S R_{\text{ПП}}}{h_1 + R_{\text{ПП}} \varphi^2} [2\beta_L \varphi \mp \mu_1 \mp \mu_2 (1 + \frac{2m_k h_1}{b})] d\varphi, \quad (6)$$

здесь $m_k = \tau_k / \tau_2$ – коэффициент отношения напряжений трения, действующих по боковым стенкам τ_k и по дну τ_2 калибра; μ_1, μ_2 – коэффициенты трения на валках.

Для упрощения решения примем, что толщина полосы на протяжении очага деформации

остается постоянной и равной $h_{\text{CP}} = \frac{h_0 + 2h_1}{3}$. Тогда после интегрирования (6) получим:

$$p_x = \frac{\sigma_{S\alpha} R_{\text{ПП}}}{h_{\text{CP}}} [\beta_L \varphi^2 \mp \mu_1 \varphi \mp \mu_2 (1 + \frac{2m_k h_1}{b})] + C_\alpha, \quad (7)$$

где C_α – постоянная интегрирования находится из условия, что на входе в зону прокатки $p_x(\alpha) = \beta_L \sigma_{S\alpha}$ ($\sigma_{S\alpha}$ – сопротивление деформации в области прокатки):

$$C_\alpha = \sigma_{S\alpha} \{ \beta_L - \frac{R_{\text{ПП}}}{h_{\text{CP}}} [\beta_L \alpha^2 \mp \mu_1 \alpha \mp \mu_2 (1 + \frac{2m_k h_1}{b})] \}. \quad (8)$$

С помощью уравнений (7) и (8) можно определить контактные напряжения в зоне прокатки при $0 \leq \varphi \leq \alpha$. Расчет проводится в последовательности от входа в зону прокатки и до оси прокатки с учетом значений нейтральных углов на валках и расположения характерных зон в зоне прокатки. Постоянные интегрирования в каждой характерной зоне должны обеспечивать равенство контактных напряжений на границах соседних зон.

При расчете контактных напряжений в зоне прессования так же, как и для зоны прокатки, рассмотрим равновесие элемента высотой $h_x + dh_x$ и толщиной dx , выделенного в очаге деформации зоны прокатки (рис. 2). Его положение определяется углом φ_x или координатой x . Начало координат поместим в точке O , а ось x направим по направлению движения металла.

В соответствии с принятой методикой проведем аналогичные математические выкладки для зоны прессования и найдем уравнения для расчета контактных напряжений:

$$p_x = \frac{\sigma_{S\theta} R_{\text{ПП}}}{h_{\text{CP}}} [-\beta_L \varphi^2 \pm \mu_1 \varphi \pm \mu_2 (1 + \frac{2m_k h_1}{b})] + C_\theta, \quad (9)$$

где C_θ – постоянная интегрирования находится из условия, что на выходе из зоны распрессовки $p_x(\theta) = \sigma_{\text{ПП}} + \beta_L \sigma_{S\theta}$ ($\sigma_{S\theta}$ – сопротивление деформации в области прессования):

$$C_\theta = \sigma_{\text{ПП}} + \sigma_{S\theta} \{ \beta_L - \frac{R_{\text{ПП}}}{h_{\text{CP}}} [-\beta_L \theta^2 \pm \mu_1 \theta \pm \mu_2 (1 + \frac{2m_k h_1}{b})] \}. \quad (10)$$

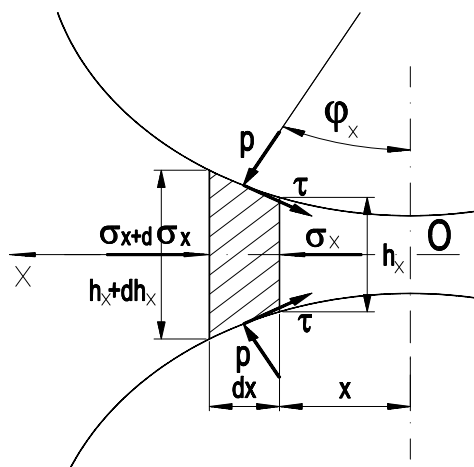


Рис. 1. Схема к расчету контактных напряжений в зоне прокатки

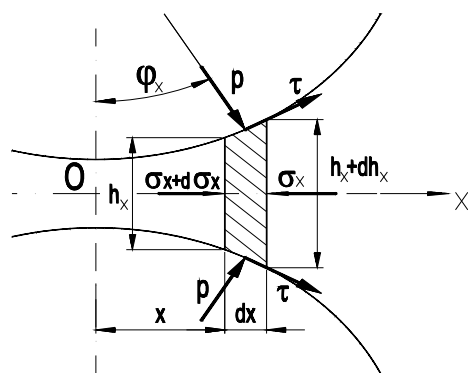


Рис. 2. Схема к расчету контактных напряжений в зоне прессования

С помощью уравнений (9) и (10) можно определить контактные напряжения в зоне прессования при $0 \leq \varphi \leq \theta$.

Применим разработанную методику определения контактных напряжений для анализа динамики процессов СПП с одним и двумя приводными валками. В качестве примера рассчитаем эпюры контактных давлений для конкретных условий процесса СПП: заготовка из алюминиевого сплава АД31 размерами $h_0 \cdot b_0 = 14 \cdot 14$ мм, которая при температуре 480 °С во время прокатки получала обжатие $\varepsilon_h = 55\%$ ($h_1 = 6,3$ мм) и выдавливалась в пруток диаметром $d_{np} = 7,0$ мм ($\lambda_{np} = 6,7$). Матрица имела высоту $h_M = 20$ мм ($\theta/\alpha = 1,33$). Валки радиусами $R_1 = 107$ мм и $R_2 = 81,25$ мм вращались с одинаковой скоростью $n_{сп} = 4,0$ об/мин ($\omega_1 = \omega_2 = 0,42$ с⁻¹). В случае СПП с одним приводным валком – валок радиусом $R_1 = 107$ мм был неприводным.

По методике, представленной в работе автора [8], определяем нейтральные углы для обоих видов СПП:

- с двумя приводными валками: $\gamma_1 = 0,5^\circ$ и $\gamma_2 = 8,5^\circ$;
- с одним приводным валком: $\gamma_1 = 11,8^\circ$ и $\gamma_2 = 2,0^\circ$.

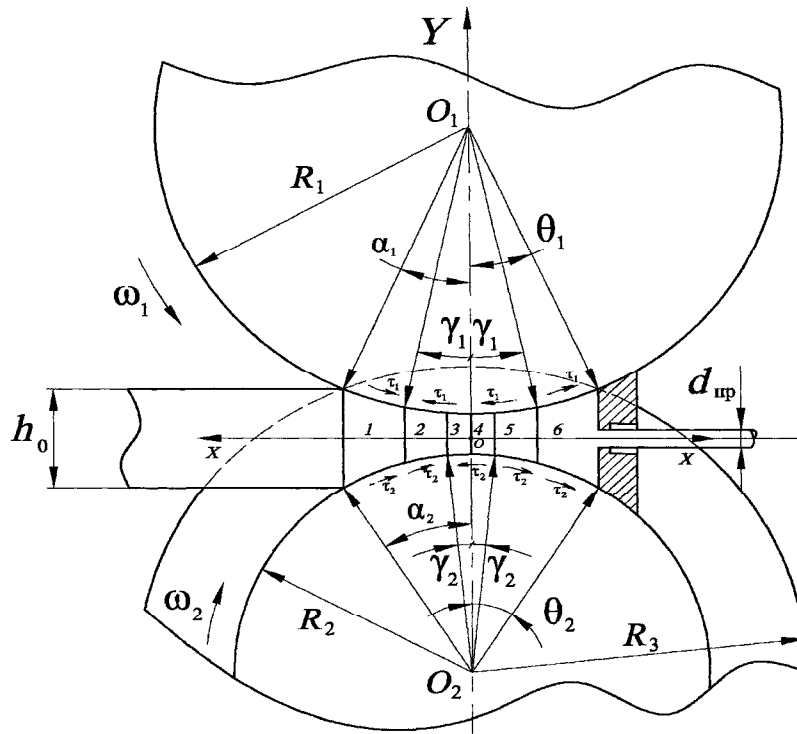


Рис. 3. Характерные зоны очага деформации при СПП: 1 – зона отставания прокатки; 2 – переходная зона прокатки; 3 – зона опережения прокатки; 4 – зона опережения прессования; 5 – переходная зона прессования; 6 – зона отставания прессования

Далее приводим найденные углы к одной угловой координате с помощью приведенного радиуса прокатки $R_{пр}$:

$$\gamma_{прi} = \frac{R_i \gamma_i}{R_{пр}}. \quad (11)$$

Сопоставляя приведенные нейтральные углы на валках, определяем размеры характерных зон. В случае процесса СПП с двумя приводными валками $\gamma_{пр2} > \gamma_{пр1}$, поэтому в области прокатки будут следующие зоны вдоль оси прокатки (рис. 3).

В случае процесса СПП с одним приводным валком соотношение нейтральных углов другое – $\gamma_{пр1} > \gamma_{пр2}$, поэтому размеры характерных зон будут тоже другими.

Для каждой характерной зоны уточняем дифференциальное уравнение равновесия, интегрируем его и находим произвольную постоянную из граничных условий.

Для СПП с двумя приводными валками получим уравнения для определения контактных давлений.

- В области прокатки:

для зоны отставания при $\alpha_{пр} \geq \varphi \geq \gamma_{пр2}$:

$$p_{x1}(\varphi) = \beta_L \sigma_{sa} + \frac{\sigma_{sa} R_{пр}}{h_{ср1}} [\beta_L (\varphi^2 - \alpha^2) - \mu_1 (\varphi - \alpha) - \mu_2 (\varphi - \alpha) (1 + \frac{2m_k h_1}{b})], \quad (12)$$

для переходной зоны при $\gamma_{ПП2} \geq \varphi \geq \gamma_{ПП1}$:

$$p_{X2}(\varphi) = \frac{\sigma_{s\alpha} R_{ПП}}{h_{CP2}} (\beta_L \varphi^2 + \frac{2\mu_2 m_K h_1 \varphi}{b}) + C_2, \quad (13)$$

где $C_2 = p_{X1}(\gamma_2) - p_{X2}(\gamma_2)$ – произвольная постоянная;

для зоны опережения при $\gamma_{ПП1} \geq \varphi \geq 0$:

$$p_{X3}(\varphi) = \frac{\sigma_{s\alpha} R_{ПП}}{h_{CP3}} [\beta_L \varphi^2 + \mu_1 \varphi + \mu_2 \varphi (1 + \frac{2m_K h_1}{b})] + C_3, \quad (14)$$

где $C_3 = p_{X2}(\gamma_1) - p_{X3}(\gamma_1)$ – произвольная постоянная.

- В области прессования:

для зоны опережения при $0 \leq \varphi \leq \gamma_{ПП1}$:

$$p_{X4}(\varphi) = \frac{\sigma_{s\theta} R_{ПП}}{h_{CP4}} [-\beta_L \varphi^2 + \mu_1 \varphi + \mu_2 \varphi (1 + \frac{2m_K h_1}{b})] + C_4, \quad (15)$$

где $C_4 = p_{X3}(0) - p_{X4}(0) = C_3$, – произвольная постоянная;

для переходной зоны при $\gamma_{ПП1} \leq \varphi \leq \gamma_{ПП2}$:

$$p_{X5}(\varphi) = \frac{\sigma_{s\theta} R_{ПП}}{h_{CP5}} (-\beta_L \varphi^2 + \frac{2\mu_2 m_K h_1 \varphi}{b}) + C_5, \quad (16)$$

где $C_5 = p_{X4}(\gamma_1) - p_{X5}(\gamma_1)$ – произвольная постоянная;

для зоны отставания при $\gamma_{ПП2} \leq \varphi \leq \beta$:

$$p_{X6}(\varphi) = \sigma_{ПРЕСС} + \beta_L \sigma_{s\theta} - \frac{\sigma_{s\theta} R_{ПП}}{h_{CP6}} [\beta_L (\beta^2 - \varphi^2) + \mu_1 (\beta - \varphi) + \mu_2 (\beta - \varphi) (1 + \frac{2m_K h_1}{b})]. \quad (17)$$

где β – центральный угол расположения ОЧПЗ.

Для СПП с одним приводным валком уравнения для определения контактных давлений будут аналогичного вида, что и для СПП с двумя приводными валками.

Результаты теоретических исследований

Для иллюстрации результатов расчета на рис. 4 приведены теоретические эпюры распределения давления на границе контакта очага деформации при СПП.

Полученные зависимости отличны от результатов исследований других авторов [6; 7], которые не учитывали асимметрию и влияние переходных зон при СПП.

Получив уравнения распределения давлений по дугам контакта, можно определить среднее контактное давление, усилие и крутящий момент на валках, мощность процесса СПП по известным формулам в теории прокатки [9].

Среднее контактное давление можно выразить в виде интегральной суммы распределенных давлений:

$$p_{CP} = \frac{1}{\alpha_{ПП} + \theta_{ПП}} \left[\int_0^{\alpha_{ПП}} p(\varphi) d\varphi + \int_0^{\theta_{ПП}} p(\varphi) d\varphi \right] \approx \frac{1}{l_\alpha + l_\theta} \sum_{i=1}^n \frac{(p_i + p_{i+1}) l_i}{2}, \quad (18)$$

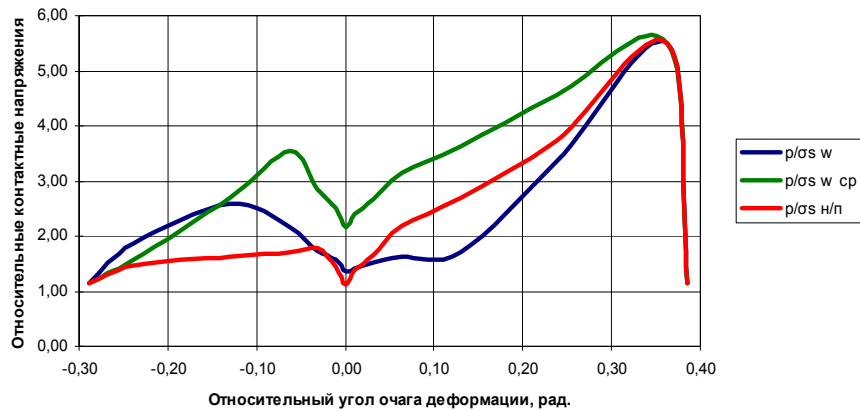


Рис. 4. Эпюры распределения относительного контактного давления вдоль очага деформации при СПП с двумя приводными валками с учетом $p/\sigma_s w$ и без учета асимметрии $p/\sigma_s w_{cp}$; с одним приводным валком $p/\sigma_s n/n$

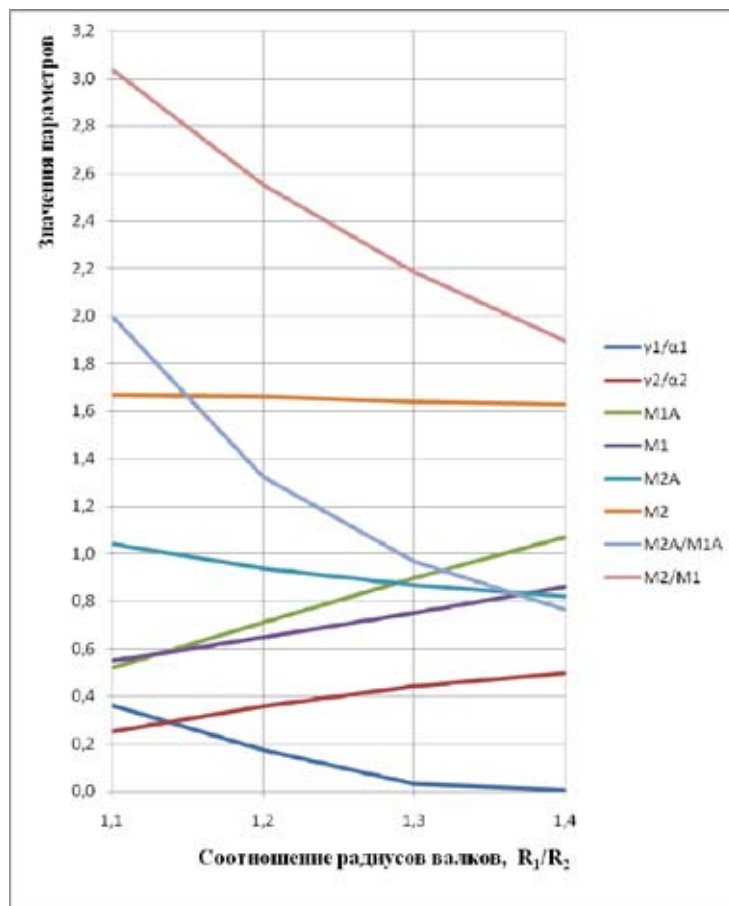


Рис. 5. Изменение крутящих моментов на валках M (в $\text{кН}\cdot\text{м}$) с выступом (индекс «1») и с ручьем (индекс «2») с учетом асимметрии (индекс «А») и без нее, а также соотношений моментов M_2/M_1 и нейтральных углов γ/α на валках от соотношения радиусов валков R_2/R_1

Таблица 1. Энергосиловые параметры процесса СПП

Параметр процесса СПП	Вид процесса СПП		
	с двумя приводными валками без учета асимметрии	с двумя приводными валками	с одним приводным валком
Среднее контактное давление, МПа	69,49	54,36	52,92
Усилие на валках, кН	60,55	47,37	46,11

где l_α, l_θ – длина зоны прокатки и прессования соответственно; p_i, p_{i+1} – давление на входе и выходе из характерной i -й зоны очага деформации; l_i – длина характерной i -й зоны очага деформации.

Усилие на валках можно найти как произведение среднего контактного давления p_{CP} на площадь контакта деформируемого металла с инструментом F_K :

$$P_B = p_{CP} F_K \approx p_{CP} b(l_\alpha + l_\theta). \quad (19)$$

Полный крутящий момент для одного вала с учетом различного направления сил трения в зонах отставания и опережения составляет:

- для вала с выступом

$$M_{СПП}^B = bR_i^2 \left(\int_{\gamma_i}^{\alpha_i} \tau_\alpha d\varphi - \int_0^{\gamma_i} \tau_\alpha d\varphi - \int_0^{\gamma_i} \tau_\theta d\varphi + \int_{\gamma_i}^{\theta_i} \tau_\theta d\varphi - \int_0^{\delta_i} \tau_M d\varphi \right), \quad (20)$$

- для вала с ручьем

$$M_{СПП}^P = [b + 2h_1(1 + \frac{h_1}{2R_i})] R_i^2 \left(\int_{\gamma_i}^{\alpha_i} \tau_\alpha d\varphi - \int_0^{\gamma_i} \tau_\alpha d\varphi - \int_0^{\gamma_i} \tau_\theta d\varphi + \int_{\gamma_i}^{\theta_i} \tau_\theta d\varphi - \int_0^{\delta_i} \tau_M d\varphi \right), \quad (21)$$

где условные обозначения приняты такими же, как и в предыдущих разделах.

Допуская, что напряжения трения остаются постоянными на протяжении очага деформации, после интегрирования получим формулу крутящего момента, аналогичную той, которая впервые была предложена В.Ф. Баяковым [9]:

- для вала с выступом

$$M_{СПП}^B = bR_i^2 \tau_\alpha [\alpha_i + K_\sigma \theta_i - \gamma_i (1 + K_\sigma)], \quad (22)$$

- для вала с ручьем

$$M_{СПП}^P = [b + 2h_1(1 + \frac{h_1}{2R_i})] R_i^2 \tau_\alpha [\alpha_i + K_\sigma \theta_i - \gamma_i (1 + K_\sigma)], \quad (23)$$

где $K_\sigma = \sigma_{s0} / \sigma_{s\alpha}$; $\sigma_{s\alpha}$ и σ_{s0} – сопротивление металла деформации в областях прокатки и прессования.

Полученные формулы (22) – (23) просты и вполне приемлемы для анализа и практических расчетов, но требуют обязательного определения нейтральных углов на валках.

Результаты расчетов энергосиловых параметров, проведенные с помощью полученных формул, представлены на рис. 5 и в табл. 1. В качестве примера рассмотрен процесс СПП с

указанными параметрами. При этом радиус вала с ручьем принимался постоянным и равным $R_2 = 81,25$ мм, а радиус вала с выступом R_1 изменяли в соответствии диапазоном соотношений $R_2 / R_1 = 1,1 \div 1,4$.

Выводы

Анализируя полученные результаты, можно отметить следующее:

1. Во всех случаях СПП в зоне прокатки контактные напряжения имеют локальные максимальные значения в районе приведенных нейтральных углов γ_{np2} на валке с вырезом (ручьем), а в зоне прессования контактные напряжения увеличиваются, достигая своего абсолютного максимума в начале области выдавливания, что соответствует центральному углу β расположения ОЧПЗ.
2. Максимальное значение контактных напряжений зависит в основном от вытяжки при выдавливании профиля.
3. С увеличением отношения радиусов валков соотношения моментов на валках уменьшаются.
4. Определение энергосиловых параметров без учета асимметрии процесса СПП [6; 7] завышает результаты расчетов.

Список литературы

1. Karman Th. Beitrag zur Theorie des Walzvorganges, Zeitschrift fur Angewandte / Th. Karman // Mathematik und Mechanik. № 5. 1925. S.139 – 141.
2. Целиков А.И. Влияние внешнего трения и натяжения на давление металла на валки при прокатке // Металлург. 1939. № 6. С.10 - 16.
3. Клименко В.М., Онищенко А.М. Кинематика и динамика процессов прокатки. М.: Металлургия, 1984. 232 с.
4. Выдрин В.Н., Агеев Л.М. Принципиальные и теоретические основы нового процесса «прокатка-волочение» // Теория и технология прокатки: сб. науч. тр. Челябинск, 1971. Вып. 76. С. 3 – 21.
5. Салганик В.М., Песин А.М. Асимметричная тонколистовая прокатка: развитие теории, технологии и новые решения. М.: МИСИС, 1997. 192 с.
6. Сидельников С.Б., Довженко Н.Н., Загиров. Комбинированные и совмещенные методы обработки цветных металлов и сплавов: монография. М.: МАКС Пресс, 2005. 344 с.
7. Корнилов В.Н. Непрерывное прессование со сваркой алюминиевых сплавов / КГПИ. Красноярск, Изд-во педагогического института, 1993. 216 с.
8. Беляев С.В. Статика и геометрия асимметричного очага деформации при совмещенной прокатке-прессовании // Научная жизнь. 2008. № 4. С. 14 - 20.
9. Грудев А.П. Теория прокатки: учебник для вузов. М.: Металлургия, 1988. 240 с.

The Design Procedure of Contact Stress of Process of Combine Rolling and Extrusion

Sergey V. Belyaev

*Siberian Federal University,
79 Svobodny, Krasnoyarsk, 660041 Russia*

The report presents the design procedure of contact stress of process of combine rolling-and extrusion. The example of calculation of energy-power parameters of combine rolling-and extrusion for the one and the two driving rolls is resulted. The comparison of energy-power parameters of combine rolling-and extrusion for the one and the two driving rolls is executed.

Key words: process of combine rolling-and extrusion, contact stress, energy-power parameters.
