$\sim \sim \sim$

УДК 621.4

Анализ тепловых процессов

в жидкопоршневом двигателе Стирлинга

К.А. Финников*

Сибирский федеральный университет, Россия, 660041, Красноярск, пр. Свободный, 79

Received 24.10.2013, received in revised form 12.12.2013, accepted 01.03.2014

Анализируются следующие особенности жидкопоршневых двигателей Стирлинга: возможность подвода тепла к рабочему газу путем капельной инжекции жидкого теплоносителя и более широкие, по сравнению с традиционными двигателями Стирлинга, возможности варьирования последовательности термодинамических процессов в рабочем газе. Сопоставление параметров эффективности традиционной и жидкопоршневой схемы проводится на основе результатов моделирования аэродинамики и теплообмена в рабочих объемах двигателя Стирлинга и регенеративном теплообменнике. Для жидкопоршневой схемы определена оптимальная временная зависимость рабочих объемов от времени. Показано, что подвод тепла к рабочему газу путем инжекции жидкого теплоносителя позволяет существенно повысить термодинамическую эффективность двигателя. На основании проведенных оценок можно сделать вывод о возможности создания эффективной и конкурентоспособной энергоустановки на основе жидкопоршневого двигателя Стирлинга.

Ключевые слова: двигатель Стирлинга, жидкопоршневой, Флюидайн, теплообмен, термодинамическая эффективность, численное моделирование, оптимизация.

1. Традиционная и жидкопоршневая схема тепловой машины Стирлинга

Тепловые машины Стирлинга прямого и обратного цикла служат альтернативой двигателям внутреннего сгорания, паротурбинным и газотурбинным установкам, парокомпрессионным холодильным машинам. Главными преимуществами тепловых машин Стирлинга являются высокое значение показателей эффективности (для машин прямого цикла – КПД, для машин обратного цикла – холодильного коэффициента) и универсальность по отношению к величинам температур источника тепла и теплового резервуара для сброса тепла, обусловленная тем, что в ходе цикла рабочее вещество не испытывает фазовых превращений, сохраняя газовое состояние. В настоящее время двигатели Стирлинга используются в качестве преобразователей тепловой энергии солнечного излучения и тепла сжигания топлива, машины обратного цикла – в качестве криогенных установок. Обзор существующих приложений технологии двигателя Стирлинга можно найти, в частности, в работе [1].

[©] Siberian Federal University. All rights reserved

^{*} Corresponding author E-mail address: f_const@mail.ru

Недостатки двигателей Стирлинга, снижающие их эффективность и ведущие к существенным потерям в их конкурентоспособности по сравнению с другими типами устройств преобразования энергии, во многом связаны с трудностями в осуществлении достаточно интенсивного теплообмена между рабочим газом и тепловыми резервуарами. В частности, для повышения интенсивности теплообмена приходится использовать в качестве рабочего газа гелий или водород, имеющие наибольшие значения коэффициентов теплопроводности, и осуществлять рабочий процесс при высоких (на уровне 10 МПа) давлениях. При этом приходится решать проблемы, связанные с утечкой газа наружу и его протечками между поршнями и стенками цилиндров. Современные двигатели Стирлинга представляют собой герметичные устройства, работающие без обслуживания в течение десятков тысяч часов, что, с одной стороны, является положительным качеством, но с другой – требует использования дорогостоящих материалов, выполнения высокоточной обработки деталей. Для серийно выпускаемых двигателей Стирлинга характерна высокая стоимость, по данным аналитического обзора [2] – от 2000 \$/кВт установленной мощности. Это обстоятельство существенно тормозит внедрение тепловых машин Стирлинга в технологии преобразования энергии.

Одним из вариантов реализации принципов тепловой машины Стирлинга выступает так называемый двигатель с жидким поршнем, или двигатель типа Fluidyne, в котором газ совершает работу не над твердым поршнем, а над столбом жидкости, тем самым вырабатывая гидравлическую энергию. Устройства такого типа активно развивались в 1970–1990-е гг.; опыт развития этого направления суммируется в [3, 4]. В России активные исследования в данном направлении вели в ВКА им. А.Ф. Можайского под руководством Н.Г. Кириллова, по их результатам получен ряд патентов (например, [5]). В жидкопоршневом двигателе снимается проблема протечек газа между цилиндрами и поршнями; твердые движущиеся детали, требующие качественной обработки, могут быть необходимы только в элементе, преобразующем гидравлическую энергию. В этой связи жидкопоршневая установка может быть гораздо дешевле и иметь больший ресурс работы.

В настоящее время интерес к жидкопоршневой схеме тепловой машины Стирлинга практически угас, потому что в данной схеме ввиду неспособности жидкого поршня развивать большие ускорения существенно ограничена величина удельной мощности устройства. При вертикальном ускорении $a < 0, |a| \ge g$ поверхность контакта жидкости и газа подвержена неустойчивости Рэлея-Тейлора. В результате развития этой неустойчивости неизбежно произойдет сильное искривление поверхности контакта жидкости и газа, а в дальнейшем – образование дисперсной двухфазной структуры на границе газа и жидкости, что приведет к существенным потерям при преобразовании энергии из формы работы газа в форму гидравлической энергии. Для хода жидкого поршня порядка 0,1 м минимальное значение периода цикла составит ~0.1 с, что на 1-2 порядка больше, чем у двигателей Стирлинга с твердым поршнем. Соответственно, жидкопоршневая установка обладает значительно меньшей удельной мощностью, чем традиционный двигатель Стирлинга. Кроме того, теплообмен рабочего газа с жидкостью существенно снижает эффективность преобразования энергии. По этим причинам более привлекательным оказалось направление «Dry Fluidyne engine», дочернее по отношению к жидкопоршневым двигателям Стирлинга, но идущее по пути полного отказа от поршня. К настоящему времени это направление привело к созданию так называемых термоакустических двигателей Стирлинга, в которых тепловая энергия первоначально преобразуется в энергию акустических колебаний газа.

Как мы намерены показать, технология жидкопоршневого двигателя Стирлинга не исчерпала свои возможности для развития и внедрения. Присущая данному виду двигателя большая длительность цикла может давать определенные преимущества. Большее время протекания теплообменных процессов дает возможность снизить перепады температур и тем самым увеличить КПД, либо удешевить установку, снизив требования к интенсивности теплопередачи; в частности, гелий, традиционно использующийся в качестве рабочего газа, может быть заменен менее летучим и более дешевым газом. Теплообмен газа с жидким поршнем также может послужить не снижению, а росту эффективности преобразования энергии. Кроме того, применение жидкопоршневой схемы позволяет более гибко регулировать ход рабочего процесса. Остановимся на этих моментах подробнее.

Принцип тепловой машины Стирлинга в своем изначальном варианте предполагает осуществление нагрева и охлаждения газа за счет теплообмена со стенками холодной и горячей полостей, находящихся в тепловом контакте, соответственно, с высокотемпературным и низкотемпературным тепловыми резервуарами [3]. При достаточной длительности процессов расширения газа в горячей полости и сжатия в холодной эти процессы происходят при температурах, близких к температурам тепловых резервуаров. В сочетании с регенеративным нагревом и охлаждением газа при его перемещении из одной полости в другую это позволяет реализовывать термодинамический цикл, близкий к обратимому и, следовательно, имеющий КПД, близкий к максимально возможному – к КПД цикла Карно. По мере развития технологии двигателей Стирлинга требования к мощности устройств вынудили отойти от этого принципа, так как теплообмен между газом и стенками полостей недостаточно эффективен. В настоящее время общепринят способ нагрева и охлаждения газа в дополнительных теплообменниках: в нагревателе, расположенном между горячей полостью и регенератором, и охладителе, расположенном между регенератором и холодной полостью, как показано на рис. 1. Теплообмен с тепловыми резервуарами производится не в ходе процессов расширения и сжатия, а при прохождении газа через теплообменники. В этих процессах конечное количество передаваемого тепла требует конечного приращения температуры газа, даже в пределе бесконечно большой длительности процесса. Вследствие этого данные процессы принципиально не могут быть близки к обратимым. Необратимым является также смешение газа, выходящего из теплообменника в полость, с газом, уже находящимся в полости и имеющим температуру, отличную от температуры по-



Рис. 1. Традиционный принцип организации подвода и отвода тепла газа в двигателе Стирлинга

ступающего газа. Эти обстоятельства снижают эффективность тепловой машины Стирлинга – как КПД двигателя, так и холодильный коэффициент обратной тепловой машины.

В жидкопоршневом двигателе Стирлинга рабочая жидкость, помимо того, что играет роль поршня, над которым газ совершает работу, может также выполнять функцию теплоносителя, обменивающегося теплом с газом и с внешними тепловыми резервуарами. При этом рабочая жидкость может быть разделена на две несмешивающиеся части, одна из которых имеет низкую температуру и отводит тепло от газа, а вторая – высокую и осуществляет подвод тепла. Организация теплообмена между газом и жидким теплоносителем позволяет производить подвод и отвод тепла газа во время процессов расширения и сжатия и тем самым вернуться к исходным принципам тепловой машины Стирлинга, обеспечивающим близкую к максимальной величину КПД. Отметим, что существуют сплавы щелочных металлов, обладающие достаточно низкой температурой плавления. Так, у натрий-калиевой эвтектики эта температура составляет около минус 11 °C, что дает возможность отводить тепло газа при настолько низких температурах, насколько позволяют условия окружающей среды и тем самым дополнительно увеличить КПД.

Возможны различные способы организации интенсивного теплообмена между газом и жидким теплоносителем. В частности, в 1988 г. выдан патент на устройство, в котором полости двигателя Стирлинга заполнены регулярной структурой из вертикально ориентированных стержней, в ходе рабочего процесса поочередно омываемых жидким теплоносителем и рабочим газом [6]. Возможным способом обеспечения достаточно интенсивного теплообмена между рабочим газом и жидкостью является инжекция капельного распыла жидкости в полости двигателя. Схематично этот способ представлен на рис. 2.

Использование жидких металлов в качестве рабочей жидкости дает возможность применять магнитогидродинамический метод (МГД-метод) преобразования гидравлической энергии в электроэнергию, как это предлагалось, в частности, автором патента [6]. Установка, построенная на таких принципах, не имеет твердых движущихся частей, что существенно увеличивает временной ресурс работы. Схематическое представление двигателя Стирлинга, использующего МГД-метод преобразования гидравлической энергии и метод капельной инжекции рабочей жидкости-теплоносителя, дано на рис. 3.

Еще одной существенной особенностью жидкопоршневой схемы является возможность более гибкого, чем в традиционном двигателе, управления рабочим процессом. Существую-



Рис. 2. Метод подвода тепла к рабочему газу путем инжекции теплоносителя



Рис. 3. Вариант схемы жидкопоршневого двигателя Стирлинга

щие промышленные образцы двигателя Стирлинга отходят от исходных принципов этого устройства, обеспечивающих максимальное значение КПД, в том, что в них отсутствуют отдельные процессы расширения и сжатия в полостях, нагрева и охлаждения при прохождении через регенератор. В устройстве с твердыми поршнями, движение которых задается некоторой кинематической схемой, данные процессы неизбежно оказываются частично совмещенными. Хорошим приближением для временных зависимостей объемов полостей двигателя можно считать гармонические, с определенным фазовым сдвигом друг относительно друга. Такое частичное совмещение процессов, возможно, отрицательно сказывается на эффективности установки. В жидкопоршневой схеме этот недостаток может быть преодолен. В частности, вариант устройства, предложенный в работе [7], обеспечивает последовательное выполнение четырех отдельных процессов рабочего цикла. При помощи МГД-устройств возможно не только преобразовывать гидравлическую энергию в электроэнергию, но и управлять ходом процесса, реализуя практически произвольную зависимость объемов газа в полостях от времени.

В связи с вышесказанным представляет интерес вопрос о том, насколько эффективной может быть жидкопоршневая схема двигателя Стирлинга при использовании для нагрева и охлаждения газа как традиционного способа – проточных теплообменников, так и инжекции в горячую и холодную полость капельно-диспергированной рабочей жидкости. Данный вопрос может быть прояснен с использованием численного моделирования процессов, протекающих в рабочем газе двигателя Стирлинга, к которым относятся:

- перемещение газа по внутреннему объему двигателя Стирлинга, состоящему из горячей и холодной полостей, а также регенеративного, нагревательного и охладительного теплообменников;
- теплообмен газа с элементами теплообменников и с каплями инжектируемой рабочей жидкости.

Проведение такого исследования и является целью настоящей работы. В рамках данного исследования нецелесообразно рассматривать процессы в рабочей жидкости, которые будут сводиться к заданным временным зависимостям объемов холодной и горячей полостей. Такой

подход позволит также ответить на вопрос о виде временных зависимостей объемов, обеспечивающем максимальную эффективность установки, и о том, насколько существенным может в принципе быть преимущество жидкопоршневой схемы перед традиционной, вытекающее из большей свободы в выборе этих зависимостей.

Сопоставление различных схем двигателя Стирлинга затруднено из-за наличия большого числа параметров конструкции и рабочего режима, которые должны выбираться из соображений максимальной эффективности двигателя. При этом, если некоторый набор параметров является оптимальным для двигателя традиционной схемы, он может не быть оптимальным для жидкопоршневой схемы. В этой связи сопоставление различных схем требует поиска оптимального набора параметров для каждой из них. Наличие большого числа параметров оптимизации ведет к необходимости проведения большого числа расчетов рабочего режима двигателя. По этой причине модель процессов, протекающих в рабочем газе, должна быть достаточно простой, но вместе с тем учитывать основные факторы, влияющие на эффективность двигателя.

С учетом отмеченных обстоятельств в качестве задач исследования необходимо выбрать следующие:

1. Разработка математической модели процессов, протекающих в рабочем газе двигателя Стирлинга.

2. Определение оптимальных конструктивных и режимных параметров на основе результатов моделирования процессов в рабочем газе для различных вариантов схемы двигателя Стирлинга.

3. Сопоставление полученных результатов для вариантов, в которых нагрев и охлаждение газа осуществляется в проточных теплообменниках или путем распыла теплоносителя в полости, а зависимость объема газа в полостях от времени имеет гармоническую или более произвольную форму.

2. Модель процессов переноса массы и энергии в рабочем газе двигателя Стирлинга

Задача определения оптимальных конструктивных и режимных параметров двигателя Стирлинга нуждается в достаточно экономной по отношению к вычислительным ресурсам математической модели. При решении оптимизационных задач традиционно и вплоть до настоящего времени используются нульмерные нестационарные модели двигателя Стирлинга (см., например, [8, 9]), в которых состояние рабочего газа в каждый момент времени считается однородным в пределах отдельного узла двигателя: горячей и холодной полости, нагревателя, холодильника и регенератора. Подобные модели представляют классический подход, оправданный в случае, когда внутренний объем теплообменников много меньше объема газа в холодной и горячей полости. Это справедливо для традиционных установок, в которых «мертвый объем» теплообменников отрицательно сказывается на производительности двигателя и его стараются по возможности уменьшить. В то же время в двигателе Стирлинга с жидком поршнем более оптимальным с точки зрения термодинамической эффективности может оказаться сравнительно большой регенератор, имеющий существенный объем. Помимо этого в рамках поставленной задачи эффективность регенератора не может считаться заданной величиной, определяемой размером и конфигурацией регенератора, а должна находиться исходя из результатов моделирования взаимодействия газа с его внутренним наполнением в условиях переменного потока массы и плотности газа. Следовательно, минимально возможным вариантом модели процессов в рабочем газе является нестационарная модель, в которой распределение параметров газа полагается: внутри горячей и холодной полости – однородным, внутри регенератора и проточных теплообменников – изменяющимся вдоль направления протекания газа.

Внутреннее наполнение теплообменников с аэродинамической точки зрения представляет собой большое (~100) число сужений и расширений канала, по которому течет газ. Сопротивление теплообменников, таким образом, много больше характерных перепадов давления в сужениях, расширениях и поворотах труб, соединяющих их с полостями и друг с другом. Поэтому будем считать, что течение газа направлено параллельно оси теплообменников и все параметры как газа, так и теплообменников зависят только от координаты вдоль направления протекания газа. В процессе обтекания маломасштабных (с размером 1 мм и менее) внутренних элементов течение устанавливается за время, много меньшее характерного времени цикла, следовательно, сопротивление и интенсивность теплообмена могут определяться для каждого момента времени в стационарном приближении.

Таким образом, мы приходим к нестационарной модели балансового типа, рассматривающей баланс массы газа и его энергии в полостях и теплообменниках. Модель, схематичное представление которой дано на рис. 4, включает элементы двух типов – ячейки и границы между ячейками. С ячейками ассоциируется содержащийся в них газ и его внутренняя энергия, с границами – теплообменные элементы, с которыми газ взаимодействует, переходя из одной ячейки в другую. Модель включает в себя N ячеек и (N-1) границу между ними. Первая и последняя ячейки соответствуют горячей и холодной полостям и имеют изменяющийся со временем объем, тогда как объемы остальных ячеек постоянны. Переменными модели являются: для ячеек – количество вещества газа в ячейках v_i и его внутренняя энергия U_i ; для границ между ячейками – температура элементов теплообменника T_i^f . Промежуточными величинами, определяемыми в ходе расчета, являются потоки вещества Γ_i и энтальпия h_i на границах. Поскольку газ обменивается теплом с элементами теплообменника, проходя через границу, для



Рис. 4. Схематическое представление двигателя Стирлинга и его модели

потоков энтальпии на границах должны отдельно определяться значения слева и справа от границы. Будем обозначать поток энтальпии через *i*-ю границу со стороны *i*-й ячейки как h_i^{l} , со стороны (*i* + 1)-й ячейки – как h_i^{r} .

В данных обозначениях уравнения сохранения количества вещества в ячейках принимают следующий вид:

$$\frac{dv_i}{dt} = \begin{cases} -\Gamma_1, & i = 1. \\ \Gamma_{i-1} - \Gamma_i, & 1 < i < N, \\ \Gamma_{N-1}, & i = N. \end{cases}$$
(1)

В объемах первой (горячая полость) и последней (холодная полость) ячеек могут действовать источники тепла, описывающие теплообмен с теплоносителем, мощности которых будем обозначать как W_{heat} и W_{cool} . С учетом этих источников, а также работы, совершаемой газом, уравнения сохранения энергии принимают следующий вид:

$$\frac{dU_{i}}{dt} = \begin{cases} -h_{1}^{l} + W_{heat} - P_{1} \frac{dV_{1}}{dt}, & i = 1\\ h_{i-1}^{r} - h_{i}^{l}, & 1 < i < N \\ h_{N}^{r} + W_{cool} - P_{N} \frac{dV_{N}}{dt}, & i = N \end{cases}$$
(2)

Описанная математическая формулировка обеспечивает точное сохранение полного количества вещества рабочего газа и суммарной энергии рабочего газа, наполнения теплообменников и внешних тепловых резервуаров.

Примем противопоточную аппроксимацию для описания прохождения газа через границы между ячейками. Иначе говоря, будем считать, что газ начинает пересекать границу между ячейками, имея температуру, равную температуре газа в ячейке, которую он покидает; после пересечения границы из абсолютной величины потока энтальпии вычитается тепловая мощность W_i^{reg} , воспринимаемая набивкой регенератора. Таким образом, потоки вещества и энтальпии связаны соотношениями:

при
$$\Gamma_i > 0$$
: $h_i^l = \gamma U_i \Gamma_i / v_i$, $h_i^r = h_i^l - W_i^{reg}$,
при $\Gamma_i < 0$: $h_i^r = \gamma U_i \Gamma_i / v_i$, $h_i^l = h_i^r + W_i^{reg}$,
(3)

где γ – показатель адиабаты. Тепловая мощность, поглощаемая набивкой, в свою очередь, определяется согласно закону Ньютона–Рихмана:

$$W_i^{reg} = \alpha S \left(T_{gas} - T_i^f \right),$$

где α – коэффициент теплоотдачи, определяемый по критериальным соотношениям для данного типа теплообменных элементов; *S* – площадь поверхности теплообменных элементов; *T*_{gas} – температура газа, проходящего через участок регенератора. Последнюю будем определять как среднелогарифмическую, в результате чего получим следующее соотношение для тепловой мощности, поглощаемой набивкой на участке регенератора:

$$W_i^{reg} = c_p \dot{v}_i \left(T_i^{in} - T_i^f \right) \left(1 - \exp\left(-\frac{\alpha S}{c_p \Gamma_i} \right) \right), \tag{4}$$

- 179 -

где температура на входе в участок определяется как температура в объеме слева или справа от него в зависимости от направления потока:

$$T_{i}^{in} = \begin{cases} U_{i-1} / (c_{v} v_{i-1}), \ \Gamma_{i} > 0 \\ U_{i} / (c_{v} v_{i}), \ \Gamma_{i} < 0. \end{cases}$$
(5)

Разность давлений на участке регенератора

$$\Delta P_i = (\gamma - 1) \left(\frac{U_i}{V_i} - \frac{U_{i+1}}{V_{i+1}} \right)$$

равна гидравлическому сопротивлению, зависящему от потока вещества и параметров состояния на входе в участок:

$$\Delta P_i = \Delta P_i \left(\dot{\nu}_i, \, \rho_i^{in}, \, T_i^{in} \right), \tag{6}$$

где V_i – величина *i*-го объема. Приращение температуры набивки связано с воспринимаемой мощностью:

$$c_i^f \frac{dT_i^f}{dt} = W_i^{reg} , \qquad (7)$$

где c_i^f – теплоемкость набивки на данном участке регенератора.

Дополнительными соотношениями, необходимыми для расчета, являются соотношения для коэффициентов теплоотдачи и гидравлического сопротивления теплообменников. Для расчета коэффициентов теплоотдачи и гидравлического сопротивления сетчатых экранов (традиционный наполнитель регенератора двигателя Стирлинга) используются критериальные соотношения, приведенные в [10]; коэффициенты теплоотдачи и гидравлического сопротивления пучков параллельных стержней (традиционная геометрия нагревателя и охладителя), а также коэффициент теплоотдачи от сферических капель рассчитываются согласно критериальным соотношениям, приведенным в [11].

Уравнения (1)–(7) образуют замкнутую систему обыкновенных дифференциальных уравнений для неизвестных функций времени. Для построения расчетного алгоритма выберем неявную аппроксимацию первого порядка точности для производных по времени. Поскольку рассматриваемая задача нелинейна, неявный алгоритм требует проведения итерационного процесса. Опишем основные этапы алгоритма.

Для значений потоков вещества, определенных на данной итерации, по соотношениям (3)–(5) определяем потоки энтальпии, по соотношению (6) – разности давления на участках регенератора. Изменяя потоки вещества на малую величину (~0,1 %), повторяем определение потоков энтальпии и разностей давления. Связывая изменение потоков вещества и энтальпии с изменением разностей давления, на основании полученных данных строим линеаризованные зависимости потоков вещества и энтальпии от разностей давления, т.е. определяем коэффициенты $a_i, b_i, \alpha_i^l, \beta_i^l, \alpha_i^r, \beta_i^r$ зависимостей:

$$\dot{v}_i = a\Delta P_i + b; \quad \dot{h}_i^l = \alpha_i^l \Delta P_i + \beta_i^l; \quad \dot{h}_i^r = \alpha_i^r \Delta P_i + \beta_i^r.$$
 (8)

Выражая приращение внутренней энергии в уравнении (2) из приращения давления и подставляя в него выражения для потоков энтальпии (8), получаем систему уравнений для

давления на новом временном слое, являющуюся трехдиагональной. Решение этой системы, выполняемое методом прогонки, дает новую итерацию для величин давления в объемах. Далее согласно (8) определен новые итерационные значения потоков вещества и энтальпии, согласно (1), (2) – новые итерационные значения количеств вещества и внутренних энергий в объемах. Итерационный цикл повторяется до достижения сходимости, определяемой по малости изменения итерационных значений переменных. Опыт использования алгоритма показал, что для достижения сходимости необходимо от 15 до 40 итераций. Значения переменных, полученных на последней итерации, считаются значениями на новом временном шаге.

Нестационарное течение газа и теплообмен устанавливают под действием внешне заданной временной зависимости объемов полостей. Поскольку объемы зависят от времени периодически, расчетные временные зависимости переменных модели стремятся к периодическим в пределе бесконечного числа циклов. Поскольку основными значимыми расчетными результатами являются количество тепла, полученное газом, и работа, совершенная им за время цикла, в качестве критерия близости расчетных временных зависимостей к периодическим следует рассматривать сохранение энергии. В периодическом режиме должно выполняться условие

$$\int_{t}^{t+T} (W_h + W_c - A) dt' = 0,$$

где W_h , W_c , A – мгновенные значения мощности тепла, передаваемого газу от нагревателя и холодильника, и работы, производимой газом. Принималось, что признаком выхода на периодический режим является

$$\left|\int_{t}^{t+T} (W_h + W_c - A) dt'\right| < \delta \left|\int_{t}^{t+T} W_h dt'\right|, \quad \delta << 1.$$

Установление периодичности может происходить достаточно долго, что связано в основном с тепловой инерцией регенератора. В связи с этим к температурам отрезков регенератора по завершении каждого цикла применяется процедура верхней релаксации. После установления периодичности определяются параметры эффективности двигателя: средняя мощность работы, производимой газом, и КПД двигателя:

$$N = \int_{t}^{t+T} Adt'; \quad \eta = N / \int_{t}^{t+T} W_h dt'.$$

Модель двигателя Стирлинга традиционного типа, включающего проточные теплообменники для нагрева и охлаждения газа, расположенные последовательно с регенератором, формулируется как частный случай вышеописанной модели. Принимается наиболее простое приближение из возможных в данной постановке задачи: считается, что теплообменные элементы нагревателя и холодильника имеют неизменные температуры, равные, соответственно, температурам горячего и холодного теплового резервуара. Таким образом, мощность теплообмена между теплообменными элементами и газом учитывается при расчете количества тепла, полученного и отданного двигателем, но не используется для выполнения приращения температур теплообменных элементов.

- 181 -

Одной из особенностей постановки задачи оптимизационного моделирования является то, что параметром задачи считается не полное количество вещества, а максимальная величина давления, достигаемая в течение рабочего цикла. Для того чтобы обеспечить требуемое значение этого параметра, в ходе расчета после завершения очередного цикла производится умножение количества вещества во всех ячейках на масштабный множитель, равный отношению заданного предельно допустимого давления к максимальному давлению, достигнутому в данном цикле. По мере выхода модели на периодический режим масштабный множитель стремится к единице, а полная масса газа – к постоянному значению. Следовательно, в установившемся периодическом режиме описанная процедура перестает вносить свое нефизическое влияние на модель.

Опыт использования модели показал, что оптимальной величиной количества ячеек N является: 20 – на регенератор и по 10 – на нагреватель и холодильник, если они присутствуют в рассматриваемой конфигурации двигателя. При увеличении количества ячеек относительно данного полученные результаты уточняются не более чем на 0,5 %.

3. Постановка задачи оптимизационного моделирования двигателя Стирлинга

Описанная модель двигателя Стирлинга масштабируема. При одновременном умножении на некоторую константу *A* временных зависимостей объемов полостей, сечения теплообменников, потока инжектируемого теплоносителя и общего количества вещества все временные зависимости интенсивных параметров останутся неизменными, а тепловая мощность и работа умножатся на *A*. В этой связи при варьировании параметров установки фиксировался максимальный объем одной из полостей – горячей. При этом максимальный объем холодной полости является оптимизируемым параметром. В качестве одного из показателей эффективности двигателя можно рассматривать удельную мощность, т.е. мощность работы, отнесенную к суммарному объему газовой полости:

$$N_{yg} = N / (V_{h \max} + V_{c \max} + V_{TO}),$$

где $V_{h \max}$, $V_{c \max}$, V_{TO} – максимальные объемы газа в полостях и объем газа внутри теплообменников. Другим важным показателем эффективности выступает КПД двигателя. Удельная мощность и КПД не могут быть максимизированы совместно, так как получение высокого КПД требует близости процессов теплообмена к обратимым, что достигается при большом периоде цикла и достаточно длинном регенераторе, а получение высокой мощности требует малого периода цикла и короткого, создающего малое сопротивление, регенератора. Поэтому для сопоставления разных схем двигателя необходимо получить не единичные оптимальные значения мощности и КПД, а зависимости максимально достижимого КПД от удельной мощности двигателя. Такие зависимости можно получить, максимизируя следующую комбинацию режимных параметров двигателя:

$$Eff = N_{ya}^{1-p} \eta^p, \tag{9}$$

причем задача оптимизации должна решаться для ряда значений $p \in (0, 1)$. Действительно, режим, полученный для данного значения p и характеризуемый максимальной величиной *Eff*,

отвечает максимальной величине КПД при реализовавшейся в данном режиме удельной мощности.

Как отмечалось ранее, моделируемый двигатель Стирлинга характеризуется большим числом конструктивных параметров, влияющих на его эффективность. Вопрос о конкурентоспособности жидкопоршневой схемы требует определения оптимальных значений конструктивных параметров. Некоторые из параметров влияют на эффективность однозначным образом. В частности, увеличения как мощности, так и КПД можно добиться:

- увеличивая температуру горячего теплоносителя и уменьшая температуру холодного;

- увеличивая давление газа;
- увеличивая интенсивность инжекции теплоносителя (в жидкопоршневой схеме);
- уменьшая размер элемента внутренней набивки регенератора.

Данные параметры необходимо выбирать исходя из технических ограничений. Нижеописанные расчеты проведены для фиксированных значений следующих параметров:

- температуры нагревателя и холодильника: 800 и 320 К;
- набивка регенератора: сетчатые экраны с диаметром проволоки 0,5 мм;
- предельно допустимое давление газа: 10 МПа.

Выполнение последнего условия обеспечивается путем выбора полной массы газа в двигателе, которая, будучи задана изначально, сохраняется в ходе расчета данного рабочего режима.

Прочие параметры установки влияют на эффективность неоднозначным образом и определяются в ходе оптимизации. К ним относятся:

- параметры зависимостей объемов полостей от времени: длительность цикла, форма зависимости объемов от времени, максимальный объем холодной полости;
- параметры регенератора: длина, сечение, доля свободного пространства.

Рассматривались два варианта зависимости объемов полостей от времени. Первый – гармонические зависимости со смещением по фазе между холодной и горячей полостью, что качественно описывает ситуацию, реализующуюся в традиционных двигателях. В этом варианте параметрами оптимизации являются период цикла, максимальный объем холодной полости и смещение по фазе. Во втором варианте рассматривался более широкий класс временных зависимостей, в общем случае удовлетворяющих только условиям гладкости, периодичности и существования единственного максимума и единственного минимума на протяжении единичного цикла. Такие зависимости могут быть представлены в следующем виде:

$$V(t) = \frac{V_{\max} + V_{\min}}{2} + \frac{V_{\max} - V_{\min}}{2} \sin(2\pi p(\{t / T\}) + \varphi_0),$$

где {...} – дробная часть числа; T – длительность цикла; φ_0 – постоянная величина, характеризующая сдвиг по фазе (для одной из полостей принимается равной нулю); p(x) – функция, удовлетворяющая следующим условиям:

$$\frac{dp}{dx} > 0 \quad \land \quad p(0) = 0 \quad \land \quad p(1) = 1 \quad \land \quad \frac{dp(0)}{dx} = \frac{dp(1)}{dx} \,. \tag{10}$$

- 183 -

В настоящем исследовании выбор зависимостей p(x) ограничен кубическими сплайнами, построенными на заданных значениях функции в узлах однородной сетки

$$p_i = p\left(\frac{i}{N+1}\right), i = 1, 2... N$$

и удовлетворяющими условиям (10). При этом параметрами оптимизации являются: наборы p_i для двух полостей, смещение по фазе и максимальный объем холодной полости. Величина N выбирается из тех соображений, что чем она больше, тем большая свобода возможна в выборе временных зависимостей, но тем большим становится количество оптимизируемых параметров, что ведет к значительному увеличению объемов вычислений. Приводимые далее расчетные результаты получены для N = 12.

4. Результаты оптимизационного моделирования двигателя Стирлинга

Оптимизационное моделирование проводили для следующих вариантов конструкции двигателя Стирлинга: а) традиционная схема с проточными теплообменниками и гармоническими временными зависимостями объемов; б) то же для ангармонических периодических временных зависимостей объемов; в) схема с инжекцией теплоносителя и гармоническими временными зависимостями; г) то же, что в варианте (в), для ангармонических зависимостей. Результаты моделирования представлены на рис. 5 в виде набора точек на графике «удельная мощность – КПД», каждая из которых соответствует максимально достижимому КПД для данной удельной мощности.



🗴 Схема с инжекцией теплоносителя, ангармонические зависимости объемов от времени

Рис. 5. Оптимальные величины удельной мощности и КПД двигателя Стирлинга



Рис. 6. Оптимальные параметры двигателя – длина регенератора и время цикла – в зависимости от удельной мощности

Из сопоставления результатов, полученных для вариантов а) и в) видно, что организация нагрева и охлаждения рабочего газа непосредственно во время процессов его сжатия и расширения действительно позволяет достичь величин КПД двигателя, недостижимых в традиционной схеме. Причиной этого может быть только то, что нагрев и охлаждение газа, осуществляемые таким путем, при достаточной длительности процессов проходят при температурах газа, близких к температурам теплоносителей, т.е. близким к обратимому образом. Традиционный принцип нагрева и охлаждения газа не позволит приблизиться к обратимости этих процессов даже в пределе большой длительности. В плане получения больших мощностей традиционная схема с проточными теплообменниками является предпочтительной, поскольку в альтернативной схеме ограничения на количество теплоносителя, инжектируемого в единицу времени, существенно ограничивают тепловую мощность установки.

Два из найденных оптимальных параметров двигателя Стирлинга представлены на рис. 6, 7. По мере снижения параметра *p* целевой функции оптимизации (9), что сопровождается увеличением удельной мощности, достигнутой в оптимальном режиме, наблюдается снижение временного периода цикла и одновременно снижение длины регенератора. Таким образом, с увеличением длины регенератора и увеличением временного периода цикла уменьшается удельная мощность двигателя, но одновременно увеличивается его термодинамическая эффективность.

Оптимизация временных зависимостей объемов полостей дает характерный вид этих зависимостей (рис. 7, 8). На рис. 7 представлен вид зависимостей объемов от времени в традиционной схеме двигателя Стирлинга для режимов с высокой мощностью. На рис. 8 изображены аналогичные данные для двигателя Стирлинга с инжекцией теплоносителя. Следует отметить, что оптимизационный процесс привел к форме временных зависимостей объемов, существенно отличающейся от исходной – гармонической. В идеальном двигателе Стирлинга должна реализовываться следующая последовательность процессов:

1) увеличение объема горячей полости при минимальном объеме холодной;



Рис. 7. Оптимальная временная зависимость объемов цилиндров для традиционной схемы двигателя Стирлинга (единичный период)



Рис. 8. Оптимальная временная зависимость объемов цилиндров для схемы двигателя Стирлинга ыс инжекцией теплоносителя (единичный период)

2) увеличение объема холодной полости при уменьшении объема горячей – переход газа из горячей полости в холодную через регенератор;

3) уменьшение объема холодной полости при минимальном объеме горячей;

4) переход газа из холодной полости в горячую через регенератор.

Как можно видеть, оптимизационный процесс привел к временным зависимостям объемов, в которых в сравнении с исходными гармоническими зависимостями стали более заметными следующие стадии: расширение газа в горячей полости при близком к минимальному объеме холодной полости, сжатие газа в холодной полости при близком к минимальному объеме горячей полости, перемещение газа между полостями. Временные зависимости подверглись существенному изменению в сравнении с исходными. При этом прирост параметров эффективности



Рис. 9. Зависимость параметров эффективности двигателя Стирлинга от смещения по фазе между гармоническими временными зависимостями объемов горячей и холодной полостей

двигателя сравнительно мал (см. рис. 5): для идентичного значения удельной мощности прирост КПД, связанный с оптимизацией временных зависимостей объемов, не превышает 3 %. Таким образом, гармоническая форма временных зависимостей объемов полостей позволяет достичь близких к максимальным показателей эффективности двигателя Стирлинга. Чтобы дополнительно прояснить данный вопрос, для одного из оптимизированных режимов работы двигателя Стирлинга с гармонической зависимостью объемов полостей от времени проведен расчет ряда режимов с варьированием смещения по фазе между временными зависимостями объемов. Результаты представлены на рис. 9. Как можно заметить, зависимость параметров эффективности от смещения по фазе является достаточно плавной. В частности, при отклонении смещения по фазе от своего оптимального значения на 1/10 периода (или 36°, что, безусловно, дает существенное изменение временных зависимостей объемов) наблюдается снижение параметра оптимизации всего на 10–20 % от своего максимума. Можно заключить, что парамет ры эффективности двигателя достаточно слабо зависят от деталей временных зависимостей объемов полостей.

Заключение

Жидкопоршневые двигатели Стирлинга могут быть перспективными в качестве преобразователей энергии в установках с жидкометаллическим теплоносителем, в частности в стационарных источниках электроэнергии средней мощности (10–100 кВт). Возможными преимуществами жидкопоршневых двигателей являются меньшая стоимость установленной мощности, больший ресурс работы и более высокий КПД преобразования тепловой энергии. В отличие от традиционной схемы двигателя Стирлинга жидкопоршневая схема дает возможность осуществлять подвод и отвод тепла рабочего газа во время процессов расширения и сжатия в непосредственном контакте с жидким теплоносителем. Оценки термодинамических параметров двигателя Стирлинга показали, что применение этого метода позволяет значительно увеличить термодинамическую эффективность при удельных мощностях порядка 1 кВт на 1 л суммарного объема газовых полостей двигателя.

Другой особенностью жидкопоршневого двигателя выступает принципиальная возможность осуществления практически произвольных временных зависимостей объемов газовых полостей для получения оптимальных показателей эффективности двигателя. Как видим по результатам оптимизационного моделирования, данная особенность не предоставляет существенного преимущества жидкопоршневой схеме и близкие к оптимальным показатели эффективности достигаются при сравнительно простой (гармонической) форме временных зависимостей объемов.

Использование жидких металлов в жидкопоршневых двигателях Стирлинга дает возможность применять магнитогидродинамический метод преобразования гидравлической энергии в электрическую. Вопрос об особенностях использования данного метода требует проведения исследования магнитогидродинамических процессов в различных конфигурациях жидкопоршневых установок.

Исследования выполнены в рамках проектов РФФИ 13-01-00052 и 14-08-31632 и гос. задания МОН РФ СФУ на 2014 г. и были поддержаны грантом Президента РФ МК-6296.2013.8.

Список литературы

[1] *Thombare D.G., Verma S.K.* // Renewable and Sustainable Energy Reviews. Vol. 12. Issue 1. January 2008. P. 1-38.

[2] Stirling Engine Assessment. EPRI, Palo Alto, CA: 2002. 1007317 / Режим доступа: http:// www.engr.colostate.edu/~marchese/mech337-10/epri.pdf

[3] Ридер Г., Хупер Ч. Двигатели Стирлинга: пер. с англ. М.: Мир, 1986.

[4] Reader G.T., Clarke M.A., Taylor D.R. // Paper No. C20/82. Proceedings of the Institute of Mechanical Engineers, Reading, England (1982).

[5] Кириллов Н.Г. Патент РФ № 2215887 (1999).

[6] Sainsbury G.M. European patent WO 88/ 05223 (1988).

[7] Slavin, V.S., Bakos G., Finnikov K.A. // Applied Energy. Vol. 86. Issue 7-8. July – August, 2009. P. 1162-1169.

[8] Bert J., Chrenko D., Sophy T., et. al. // Renewable Energy 47: 167-174, November, 2012.

[9] Sharma A., Shukla S.K., Rai A.K. // Thermal Science, 2011. Vol. 15. No. 4. P. 995-1009.

[10] Gedeon, D. // 3rd Edition, Gedeon Associates, Athens, OH, 1999.

[11] Справочник по теплообменникам / пер. с англ.; ред. О.Г. Мартыненко. М.: Энергоатомиздат, 1987.

Analysis of Thermal Processes in a Liquid Piston Stirling Engine

Konstantin A. Finnikov Siberian Federal University 79 Svobodny, Krasnoyarsk, 660041, Russia

Application of the thermodynamic principles of Stirling engine for the power industry can give a large capability to increase the energy conversion efficiency. However, it is not possible yet to produce large-scale power facilities competitive with conventional ones on the base of existing technological implementations of Stirling engine principles. The reason is high costs of Stirling engines caused by numerous difficulties in operation with high pressure and volatile working gas that is typically helium or hydrogen. The liquid piston engine can be an alternative approach in that many problems inherent to a conventional Stirling engine can be eliminated. The analysis of studies of liquid piston Stirling engines has shown that one of the most attractive direction of this technology development is associated with the use of liquid metals with low melting temperature (particularly, Na-K eutectic) as the both working liquid and heat carrier.

A liquid piston Stirling engine is remarkable for the following features. The first is an opportunity of supplying heat to a working gas during expansion process and rejecting it during compression processes by means of a liquid heat carrier. The second feature is larger, as compared with the conventional Stirling engine, opportunity of controlling the operation regime by setting a consequence of expansion and compression processes in working cavities. These features are analyzed in the present study with respect to possibility of increase of engine efficiency.

The analysis is carried out on the base of numerical simulation of gas dynamics and heat exchange in working cavities and regenerative heat exchanger of a Stirling engine. Optimization simulation is carried out for the purpose of finding out the optimum time dependency of working cavities volumes that may be realized in a liquid piston engine. It is shown that organization of heat exchange between a working gas and liquid heat carriers within hot and cold cavities of engine can result in a significant growth of the engine thermodynamic efficiency. The obtained estimations count in favor of that the liquid piston Stirling engine can be an effective and competitive power facility.

Keywords: Stirling engine, liquid piston, Fluidyne, heat exchange, thermodynamic efficiency, numerical simulation, optimization.